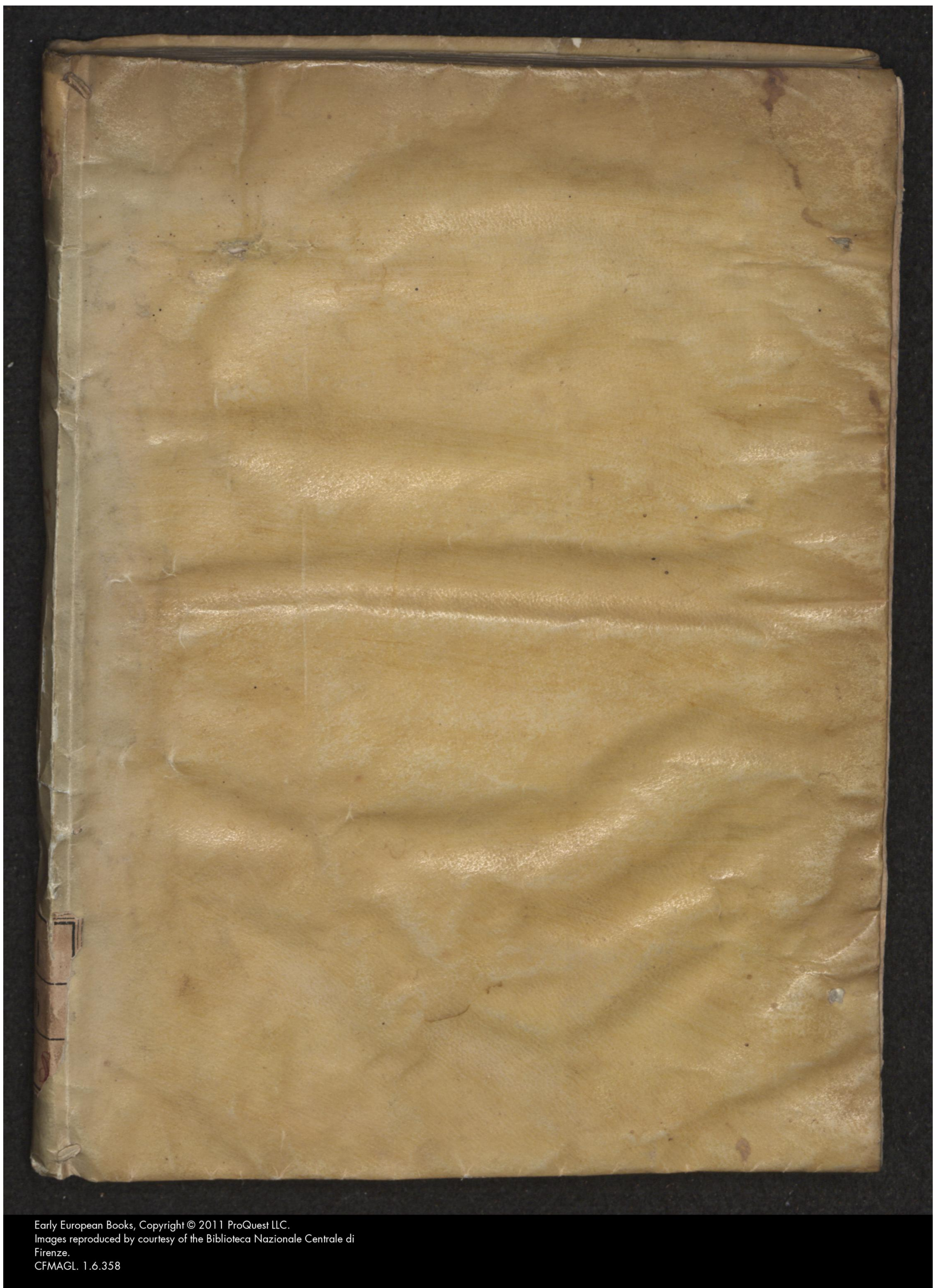












XI

VIET.

FRANCISCI VIETAE FONTENAEENSIS, DE ÆQVATIONVM RECOGNITIONE ET EMENDATIONE TRACTATVS DVO.

Quibus nihil in hoc Genere simile aut secundum, huic æuo hactenus visum.

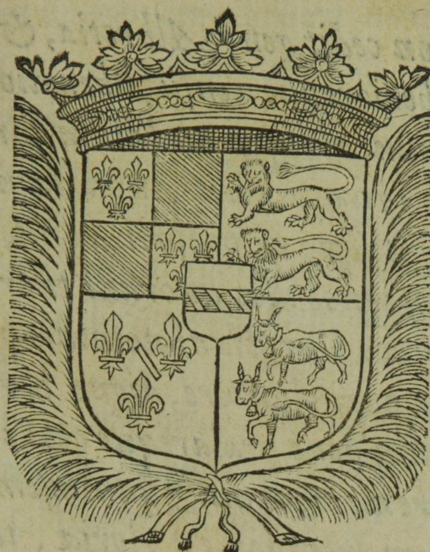




PARISIIS,
Ex Typographia IOANNIS LAQVEHAY, in Monte D. Hilarij, in Area Albretia.

cIↄ Iↄc XV.

CVM PRIVILEGIO REGIS.



ILLVSTRISSIMO
AC GENEROSISSIMO
VIRO DOMINO SVO,
D. APOLLINI D'ALBRET
BARONI DE MYOSANS, ETC.

PRÆCLARVM *quidem & egregium, (*VIR ILLVST.*) maiorum virtute & gloria, longa iam annorum serie repetitâ splendescere: speciosum, Regia stirpe, quâ inter mortales altius ire non datur, nobilem se gloriari: sed qui te, quum omni virtute decorum, tum purioris eruditionis cultura insignem, & genere, qua nobilissimis Euro-*

pæ familiis non cedit gens Albretia, & ampliore patrimonio, vberioreque censu, liberaliori sorte vobis concessis, exutum, aliisque nudatum fortunæ mendaciis, penitius introspexerit, non tam alienis hisce, quam tuis, insitisque ac propriis bonis, nobilem te iudicarit: & magnos illos auorum tuorum Manes, qui inter primos Christiani nominis proceres virtute & fortuna pari claruere, digna te reputarit prole beatos; quorum bene præclaréque gesta, æternam suo sæculo peperere memoriam. Quantus semper fuerit maiorum tuorum splendor & gloria, testantur etiam hodie Illustrissimi & Maximi nominis in hoc Potentissimo Galliarum regno familiæ, quæ insigniores Nobilitatis suæ notas ex contracta vobiscum affinitate, repetunt. nec angustis solum Patriæ finibus inclusum familiæ vestræ genus inclytum, sed qua patuit orbis Christianus, in supremos Principes & Dynastas potentissimos, longè latéque propagatum. qui plenioris fidei historias recolunt, Constantinopolitanos, Germanosque Imperatores, Franciæ, Scotiæ, Angliæ, Hispaniæ, Cypri, Hierosolymarum, Hungariæ, Armeniæ, Siciliæ, Bohemiæ Reges, Apuliæ, Antiochiæque Principes, aliosque quos genus, & altos euexit ad sidera virtus, quorumque nominibus nulla penè vacat pagina, Affinitate vobiscum iungi æmulâ contentione expetiuisse recognoscunt. Sed ne vetera longius accersamus, multo iam clarior Albretiorum

*propago, (cuius nomen gentilitium, omenque Augustum, familiæ vestræ adhuc superstes.) Immortalitate dignissimi, & incomparabilis Herois Henrici Magni eius nominis quarti, Galliarum & Nauarræ Regis Christianissimi rebus gestis, & admirandâ virtute, toti terrarum orbi innotuit: qui Caroli Albretij, Gallicanæ militiæ Tribuni (Connestabilis patrio idiomate) & Ducis Alani cognomento Magni stirpe oriundus, pari secum indidem abes gradu: quum Alanus Ioannem Nauarræ Regem, filium maiorem, Henrici Magni ex matre, & Stephanum minorem, vestrum (*VIR NOBILISS.*) ex patre proauum, fratres genuerit. Magna quidem sunt hæc generis vestri & superba nomina, quibus non minor ex eo quoque accedit gloriæ cumulus, quod super alios Principes prædicandum, semper Fœlicem & Augustum Henricum Magnum, ita ab incunabilis instituerit & educarit Illustrissimus & piæ memoriæ auus tuus, vt rerum humarum Arbiter, adeoque orbi vniuerso regendo, omnium qui hactenus extitere dignissimus, vnanimi hominum & nationum consensu sit habitus. quis nominis Albretij omen fœlix faustumque in hoc principe non veneretur, qui inter arma & militares tumultus, ab Illustrissimi nominis & fœlicissimæ memoriæ auo tuo, ita est educatus, vt non minus pacis artibus, rebus sua virtute compositis, quam armis & militari gloria, intestinis*

odijs adhuc miserè diuexatâ hac republica, alios Principes antecelleret. quoties Vindicem & Conseruatorem suum agnoscet Gallia Henricum Magnum, toties Illustriss. nominis & piæ memoriæ auo tuo obstrictam se prædicabit, qui tantarum virtutum capacem animum, ita à vitiorum fæce (in quæ propendet semper humanum ingenium) expurgauit, vt optimi principis & fortissimi ducis nomina, sibi propria vindicarit: nec certe exiguus hic ad virtutem aditus, nobili stirpe procreari, & ima ac sordida plebe iam inde ab ortu eximi: nam vt educationem liberaliorem taceam, indoles etiam generosior & magnitudo animi, claro ortis sanguine statim se prodit, cuius quidem (tum singularis eruditionis, qua non solum in re Mathematica, sed & vniuersa Philosophia, tum Latina, Græca, Hebræaque literatura, gentem etiam ipsam excellis togatam) vel hic ἔνδειγμα non obscurum dedisti, quum subtilissimi viri Francisci Vietæ opus hoc de Recognitione et Emendatione Æquationum, veteribus quidem vt minus cognitum, ita posteris semper admirandum, nescio quo fato, iam quatuordecim annos ab Autoris obitu tenebris damnatum, statim vt auditum tibi est paucorum vsui, in occulto detineri, quicquid ad id emittendum impendij postularetur, liberaliter offerendo, omnes sanctioris huius scientiæ studiosos, hoc beneficio tibi obstrictos voluisti. quare Apollinem iam

noſtrum (quo te inſignitum nomine,

Haud equidem ſine mente reor, ſine Numine Diuum.)

Iure merito agnoſcimus & veneramur; fatoque quodam perennitatis, hoc humani ingenij θαῦμα, *ſæculorum omnium memoria digniſsimum, tuis Auſpicijs iuris publici factum, acceptum tibi ferimus: & quas alij huiuſmodi artificio inſigniores, pro vno fortaſsis aut altero problemate, mactabant Hecatombas, Auguſti tui nominis æternitati, & fœliciſsimis Franciſci Vietæ Autoris huius artis inuentricis Manibus, vouemus: hocque grati animi monumentum perpetuum, liberalitati tuæ, et eius admirandæ ſagacitatis Genio ſacrum, in publicum damus.*

VALE. *Lutetiæ Pariſiorum Prid. Id. Sextiles. Ann. M. DC. XV.*

Illuſtriſſ. Nominis tui
Cultor obſeruantiſſimus,

ALEXANDER ANDERSONVS.



FRANCISCI VIETAE FONTENAEENSIS DE RECOGNITIONE AEQVATIONVM TRACTATVS.

De dignoscenda æquationum constitutione ex Zetesi, Plasmate, & Syncrisi.

CAPVT. I.



GENERALEM & generaliter traditam de numerosâ potestatum resolutione doctrinam, informat & perficit tractatus de recognitione æquationum: præparatione enim indigent æquationes sæpe-numerô, antequam fœliciter explicentur: ac præsertim quum potestates de homogeneis magnitudinibus negantur; vel itâ mixtim homogeneæ magnitudines de potestatibus negantur & affirmantur, vt affectiones negatæ adfirmatis præpolleant, ac deinque quotquot æquationes fractis numeris, vel Asymmetris exhibentur.

In Geometricis quidem, accidens fractionis vel Asymmetriæ non solet æquationibus officere, quò minus εὐμηχανῶς explicētur, sicuti neque vitium negationis: est enim certum semper subiectum sub quo operetur Geometra: at obest πολυπάθεια, & quô elatior est potestas, affectionisque gradus, eo maior se prodit in explicando problemate ἄῤῥησις ἢ ἀλογία.

Ecquid vero æquationis quæ proposita est agnitâ constitutione

non tentabit Analyſta quô ſaxa & ſcopulos refugiat ? num gnarus Anatomices inuertet, deprimet, attollet, & vndique operabitur ſecurè, nouâ quum res poſtulauerit ſuſceptâ Zeteſi, ſub alio quam qui proponebatur termino, ad propoſitam tamen habenti datam differentiam vel rationem.

Omnino æquationum origo, & prima conſtitutio ſcitu digna eſt nullâque non ſolertiâ ab Analyſta capeſcenda & adſequenda, quò ſibi pateat ad eam reductionis via.

Aequalitatum conſtitutio, potiſſimum deprehenditur, Zeteſi, Plaſmate, & Syncriſi.

De Zeteſi.

CAPVT. II.

ZEteſin non inſtituet temere neque ἀτεχνῶς Analyſta, quum pura è puris, affecta ex affectis proficiſci dictet ratio: & ideo ad deprehendendum æquationum ad poteſtates puras pertinentium conditionẽ is ex datis duobus lateribus poteſtates inquiret:

Ad æquationes adfectarum ſimpliciter poteſtatum, inueſtigabit ex datâ differentiâ vel ſummâ laterum, vel ſuorum graduum, vna cum dato ſub iis aut eorum gradibus paribus, vel diſparibus facto, alterutrum ex lateribus.

Ad æquationes denique multipliciter affectarum, affectionem affectioni adiunget, ſub diuerſis laterum parodicis gradibus.

Aut etiam non ſe adiget vni quæſtionum formulæ, ſed ſe ſub Zeteticis exercebit, ſub quocunque efficto vel propoſito Themate.

Quæ Geometrico operi aptaturus, recordabitur latera ad extremas lineas rectas in ſerie continuè proportionalium referri. facta vero ſub lateribus aut laterum paribus vel diſparibus gradibus, ad aliquarum e mediis poteſtates.

Et quum incidet in æquationem mechanico ſuo benè obuiam, de illâ condet Theorema ſimile, cuiuſcunque æqualitatis Syſtaticum & Exegeticum.

Aequationem æquationi ſimilem regulariter dicimus, quum vtrobique par eſt Poteſtas, ſeu æque alta, ipſaque affecta afficienſue, ſub pari gradu, & eadem affectionis nota.

Quod si aliud quiddam præterea requiritur speciale & conditionarium, similitudo Anomala est.

Constitutiua Aequationum Quadraticarum ex Zeteticis.

CAPVT. III.

AFfectorum sanè quæ adæquantur quadratorum constitutio, ex Zeteticis dignoscitur probè: sunt autem Aequationum huiusmodi tres species: Καταφατική, Αποφατική, Αμφίβολος.

Tribus itaque Theorematis de earum constitutione; Aualysta ita poterit ratiocinari.

ΚΑΤΑΦΑΤΙΚΗΣ.

THEOREMA. I.

SI A quadratum plus B in A, æquetur Z quadrato: sunt tres proportionales radices, quarum media est Z, differentia vero extremarum B, & sit A minor extrema.

Ex zetetico si placet:

Datâ mediâ trium proportionalium linearum rectarum, & differentiâ inter extremas, inuenire minorem extremam.

Quæ enim in lineis rectis locum habent comparationes, easdem ad Radices quascunque, simplices, planas, solidasue, aut vlterioris ordinis homogenas, posse aptari, disseruit Campanus, in libro de proportione.

Sit igitur data Z media trium proportionalium, B differētia extremarum, & oporteat inuenire minorem extremam.

Esto illa A. maior igitur erit A plus B. ducatur minor in maiorem, fit A quadratum plus B in A. Et vero quando sunt proportionales, quod fit sub extremis æquatur mediæ quadrato, igitur A quadratum plus B in A, æquale est Z quadrato: id autem ipsum est quod ordinatur.

1 Q. + 10. N. *æquatur* 144. *Est* L. 144. *media inter extremas differentes per* 10. & *fit*. 1 N. *minor extrema ex serie trium proportionalium*. 8. 12. 18.

ΑΠΟΦΑΤΙΚΗΣ.

THEOREMA II.

Si A quadratum minus B in A, æquetur Z quadrato: ſunt tres proportionales, quarum media eſt Z, differentia vero extremarum eſt B. & fit A maior extrema.

Ex zetetico.

Data media trium proportionalium, & differentia inter extremas inuenire maiorem extremam.

Eſto illa A, minor igitur erit A minus B: ducatur maior in minorem, fit A quadratum minus B in A, æquale Z quadrato. Id autem ipſum eſt quod ordinatur.

1. Q — 10 N. æquatur 144. eſt l. 144 media inter extremas differentes per 10. & fit 1N. maior extrema ex ſerie trium proportionalium 8. 12. 18.

ΑΜΦΙΒΟΛΟΥ.

THEOREMA III.

Si B in A minus A quadrato, æquetur Z quadrato: ſunt tres proportionales, quarum media eſt Z, aggregatum extremarum B, & fit A maior, minorue extrema.

Ex Zetetico.

Data media trium proportionalium & aggregato extremarum, inuenire, alterutram extremam.

Sit enim data Z media, aggregatum vero extremarum B, oportet inuenire minorem extremam. eſto illa A, maior igitur erit B, minus A, quare B in A minus A quadrato, æquabitur Z quadrato.

Sed ſit A maior extremarum, erit B minus A, minor extremarum: itaque rurſus B in A, minus A quadrato, æquabitur Z quadrato. Vnde A ſiue de minore extremarum, ſiue de maiore poteſt enunciari.

26 N. — 1. Q. æquetur 144. eſt L. 144. media inter extremas quarũ aggregatum eſt 26. & fit 1N. minor, maiorue extrema ex ſerie trium proportionalium 8. 12. 18.

RVRSVS

Rurſus Ex Zeteticis.

Conſtitutiua Æquationum Cubicarum, ac primum earum in quibus Affectiones exiſtunt ſub latere.

CAPVT IIII.

ÆQVATIONVM quoque cubicarum affectionibus ſub latere obuolutarum conſtitutio ex Zeteticis, ſcitu digna eſt quô pertinent tria quæ ſequuntur Theoremata.

ΚΑΤΑΦΑΤΙΚΗΣ.

THEOREMA. I.

Si A cubus plus B quadrato in A, æquetur B quadrato in Z. ſunt quatuor continuè proportionales, quarum prima maior minorue inter extremas eſt B, aggregatum vero ſecundæ & quartæ eſt Z. & fit A ſecunda.

Ex Zetetico.

Data prima, & aggregato ſecundæ & quartæ in ſerie quatuor cōtinuè proportionalium, inuenire ſecundam.

Eſto ſecunda A, quarta igitur erit Z minus A: ſolido autem ſub primæ quadrato & quartâ, æquatur cubus è ſecunda: quum ſit vt quadratum primæ, ad quadratum ſecundæ, ita ſecunda ad quartam. itaque A cubus, ęquabitur B quadrato in Z, minus B quadrato in A, & per Antitheſin, A cubus plus B quadrato in A, æquabitur B quadrato in Z. vt eſt ordinatum.

Si 1. *C.* + 64 *N. æquetur* 2496. *Sunt quatuor cōtinue proportionales, quarum prima minor inter extremas eſt L.* 64. *id eſt* 8. *aggregatum vero ſecundæ & quartæ* $\frac{2496}{64}$ *id eſt* 39. *et fit* 1 N. *ſecunda ex ſerie proportionalium* 8. 12. 18. 27.

Et ſi 1. *C.* + 729 *N. æquatur* 18954. *prima maior inter extremas eſt l,* 729. *id eſt* 27. *aggregatum ſecundæ & quartæ* $\frac{18954}{729}$ *id eſt* 26. *et fit* 1 N. *ſecunda ex eadem ſerie.*

ΑΠΟΦΑΤΙΚΗΣ.

THEOREMA II.

Si A cubus minus B quadrato in A, æquetur B quadrato in D. ſunt quatuor continuè proportionales quarum prima minor inter extremas eſt B, differentia ſecundæ & quartæ D, & fit A ſecunda.

Ex Zetetico.

Datâ primâ minore inter extremas, & differentiâ ſecundæ & quartæ in ſerie quatuor continuè proportionalium, inuenire ſecundam.

Sit data B prima minor inter extremas, differentia vero ſecundæ & quartæ D: oportet inuenire continuè proportionales. Sit ſecunda A quarta igitur erit A plus D. ſolido autem ſub quadrato primæ & quartâ, æquatur cubus è ſecundâ; quare A cubus ęquabitur B quadrato in A, plus B quadrato in D. & per Antitheſin, A cubus minus B quadrato in A, æquabitur B quadrato in D. vt eſt ordinatum.

Si 1. C — 64 N. æquetur 960. ſunt quatuor continuè proportionales, quarum prima eſt L. 64. id eſt 8. differentia vero ſecundæ & quartæ $\frac{960}{64}$ id eſt 15. et fit 1 N. ſecunda ex ſerie proportionalium 8. 12, 18, 27.

ΑΜΦΙΒΟΛΟΥ.

THEOREMA III.

Si B quadratum in A minus A cubo, æquetur B quadrato in D: ſunt quatuor continuè proportionales, quarum prima maior inter extremas eſt B. differentia vero ſecundæ & quartæ D. & fit A ſecunda.

Ex Zetetico.

Datâ primâ maiore inter extremas, & differentiâ ſecundæ & quartæ in ſerie quatuor continuè proportionalium inuenire ſecundam.

Sit data B prima maior inter extremas, differentia vero ſecundæ & quartæ D. oportet inuenire ſecundam. ſit ſecunda A. quarta igitur erit A minus D. ſolido autem ſub quadrato primæ & quartâ, æquatur cubus e ſecundâ: quare A cubus æquabitur B quadrato in A, minus B quadrato in D & per Antitheſin, B quadratum in A, minus A cubo, æquabitur B quadrato in D.

Si 729. N. — 1 C. æquētur 7290. ſunt quatuor continuè proportionales quarum prima eſt l. 729. differentia vero ſecundæ & quartæ $\frac{7290}{729}$ *id eſt* 10. *& fit* 1 N. *ſecunda ex ſerie proportionalium* 27. 18. 12. 8.

Poteſt autem ea ſecunda duplex eſſe, vt in duplici quatuor continuè proportionalium ſerie quæ ſequitur.

L. 59319. 195. *L.* 24375. 125.
L. 59319. 78. *L.* 624. 8.

Stante eâdem primâ maiore inter extremas L. 59319. *& eâdem differentiâ ſecundæ & quartæ* 70. *ſecunda hic fit* 78. *illic* 195. *Sic ſtante eâdem primâ* 36. *eâdemque differentiâ ſecũdæ & tertiæ* 5. *proponitur duplex ſeries triũ proportionalium.*

36. 6. 1.
36. 30. 25.

Conſtitutiua Aequationum Cubicarum in quibus Affectiones ſunt ſub quadrato.

CAPVT V.

QVæ autem cubicę affectionibus ſub quadrato obuoluuntur æquationes, iiſdem fere terminis conſtant, quibus in affectionibus ſub latere, vt ex Zeteticis ſimiliter clarum fit: quô pertinebunt trina quoque item enuncianda Theoremata.

ΑΠΟΦΑΤΙΚΗΣ.

THEOREMA. I.

SI A cubus minus B in A quadratum, æquetur B in Z quadratum: ſunt quatuor continuè proportionales, quarum prima maior, minorue inter extremas eſt B, aggregatum vero ſecundæ & quartę eſt Z, & fit A aggregatum primæ & tertiæ.

Ex zetetico.

Data prima & aggregato ſecundæ & quartæ in ſerie quatuor continuè proportionalium, inuenire aggregatum primæ & tertiæ.

Sit data prima B, maior minorue inter extremas, aggregatum vero ſecundæ & quartæ Z, in ſerie quatuor continuè proportionalium, oportet inuenire aggregatum primæ & tertiæ.

Sit illud A, tertia igitur erit A minus B, eſt autem vt A ad Z, ita B. ad $\frac{B \text{ in } Z}{A}$ quare $\frac{B \text{ in } Z}{A}$ erit ſecunda, quum ſit vt aggregatum primæ & tertiæ, ad aggregatum ſecundæ & quartæ, ita prima ad ſecundam.

at rectangulum ſub primâ & tertiâ, æquabitur ſecundæ quadrato itaque $B \text{ in } A - B \text{ quadrato}$ æquabitur $\frac{B \text{ quadrato in } Z \text{ quadratum}}{A \text{ quadrato.}}$ omnia multiplicentur per A quadratũ, & diuidantur per B: igitur $A \text{ cubus} - B \text{ in } A \text{ quadratum}$ æquabitur B in Z quadratum, id autem eſt quod ordinatur.

Si 1 C. — 8 Q. æquetur 1 2 1 6 8. ſunt quatuor continuè proportionales, quarum prima inter extremas eſt 8. aggregatum vero ſecundæ & quartæ l. $\frac{12168}{8}$ *id eſt 39. & fit 1 N. aggregatum primæ & tertiæ ex ſerie proportionalium 27. 18. 12. 8.*

ΚΑΤΑΦΑΤΙΚΗΣ.

THEOREMA II.

Si A cubus plus B in A quadratum, æquetur B in D quadratum: ſunt quatuor continuè proportionales, quarum prima minor inter extremas eſt B, differentia vero ſecundæ & quartæ eſt D: & fit A differentia primæ & tertiæ.

Ex Zetetico.

Data prima minore inter extremas, & differentia ſecundæ & quartæ in ſerie quatuor continuè proportionalium, inuenire differentiam primæ & tertiæ.

Sit data B prima in ſerie quatuor continuè proportionalium eademque minor inter extremas, differentia vero ſecundæ & quartæ D. oportet inuenire differentiam primæ & tertiæ.

Eſto illa A, tertia igitur erit A plus B: eſt autẽ vt A ad D ita B ad $\frac{B \text{ in } D}{A}$ quare $\frac{B \text{ in } D}{A}$ erit ſecunda: quum ſit vt differentia primæ & tertiæ, ad differentiam ſecundæ & quartæ, ita prima ad ſecundam at rectangulum ſub prima & tertia, æquatur ſecundæ quadrato, itaque $B \text{ in } A + B \text{ quadrato}$ æquabitur $\frac{B \text{ quadrato in } D \text{ quadratum}}{A \text{ quadrato.}}$ omnia ducantur in A quadratũ, & diuidantur per B. igitur A cubus, plus B in A quadratum æquabitur B in D quadratum. id autem ipſum eſt quod ordinatur.

Si 1 C + 89 N. æquetur 1800. ſunt quatuor continuè proportionales, quarũ prima inter extremas eſt 8. differentia vero ſecundæ et quartæ l. $\frac{1800}{8}$ *id eſt 15. et fit 1 N. differentia primæ & tertiæ ex ſeriè proportionalium. 8. 12. 18. 27.*

ΑΜΦΙΒΟΛΟΥ.

ΑΜΦΙΒΟΛΟΥ.

THEOREMA III.

Si B in A quadratum, minus A cubo æquetur B in D quadratum: sunt quatuor continuè proportionales, quarum prima maior inter extremas est B, differentia vero secundæ & quartę est D, & fit A, differentia primæ & tertiæ.

Ex zetetico.

Datâ primâ maiore inter extremas, & differentia secundæ & quartæ in serie quatuor continuè proportionalium, inuenire differentiā secundæ & tertiæ.

Sit data B prima in serie quatuor continuè proportionalium eademque maior inter extremas, differentia vero secundæ & quartæ D. oportet inuenire differentiam primæ & tertiæ. Esto illa A, tertia igitur erit B minus A: erit autem vt A ad D ita B ad $\frac{B \text{ in } D}{A}$, quare $\frac{B \text{ in } D}{A}$ erit secunda: quum sit vt differentia primæ & tertiæ, ad differentiam secundę & quartæ, ita prima ad secundam: at rectangulum sub primâ & tertiâ, æquatur secundæ quadrato: Itaque $\begin{matrix} B \text{ quadratum} \\ -B \text{ in } A \end{matrix}$ æquabitur $\frac{B \text{ quadrato in } D \text{ quadratum}}{A \text{ quadrato}}$ omnnia ducantur in A quadratum, & per B diuidantur: Igitur $\left.\begin{matrix} B \text{ in } A \text{ quadratum} \\ -A \text{ cubo} \end{matrix}\right\}$ ęquabitur B in D quadratum: id autem ipsum est quod ordinatur.

Si 27 Q — 1 C. æquentur 2700. sunt quatuor continue proportionales, quarum prima maior inter extremas est 27. differentia vero secundæ & quartæ l. $\frac{2700}{27}$ *id est 10. & fit 1 N. differentia primæ & tertiæ ex serie proportionalium. 27. 18. 12. 8.*

Alia insuper Constitutio Cuborum sub latere Affectorum.

Ex Zeteticis.

CAPVT VI.

Sed neque omittenda est ex zeteticis quoque depromenda singularis quædam constitutio cubi, qui sub latere affirmatè, atque etiam eius qui afficitur negatè: quum videlicet (is enim casus præmouendus est.) quadruplus cubus è triente coefficientis plani, cedit solidi datæ mensuræ quadrato: quocirca bina iam proferuntur Theoremata.

THEOREMA. I.

Si A cubus plus B plano ter in A, æquetur D ſolido: eſt B planum quod fit ſub lateribus, á quibus qui fiunt cubi, differunt per D ſolidum, & fit A differentia laterum.

Ex Zetetico.

Datâ differẽtiâ cuborũ, & rectãgulo ſub lateribus, inuenire differẽtiã laterũ.

Si 1 C. + 6 N. æquatur. 7. eſt $\frac{6}{3}$ ſeu 2. rectangulum ſub lateribus à quibus cubi differunt per 7. & fit 1 N. differentia laterum: ex hypotheſi laterum 1. & 2.

THEOREMA. II.

Si A cubus minus B plano ter in A æquetur D ſolido, præſtet autem D ſolidi quadratum, quadruplo B plani cubo: eſt B planum, rectangulum ſub lateribus, a quibus qui fiunt cubi componunt D ſolidum, & fit A aggregatum laterum.

Ex Zetetico.

Dato rectangulo ſub lateribus, & aggregato cuborum, inuenire latera.

Si 1 C. — 6. N. æquatur 9. eſt $\frac{6}{3}$ ſeu 2. rectangulum ſub lateribus, a quibus cubi aggregati faciunt 9. & fit 1 N. aggregatum laterum, ex hypotheſi laterum 1. & 2.

Eadem autem Theoremata Geometricè ita concipientur.

ALITER.

PRIMVM THEOREMA.

Si A cubus, plus B plano ter in A æquetur B plano in D. ſunt quatuor continuè proportionales lineæ rectæ, ſub quarum medijs vel extremis fit B planum: differentia vero extremarum eſt D: & fit A differentia mediarum.

Ex Zetetico.

Data differentia extremarum, & rectangulo ſub medijs vel extremis in ſerie quatuor proportionalium, inuenire differentiam mediarum.

Si 1. C + 24 N. æquetur 56. ſunt quatuor cõtinuè proportionales ſub quarũ medijs vel extremis quod fit planum, æquale eſt $\frac{24}{3}$ id eſt 8. differentia vero extremarum eſt $\frac{56}{8}$ id eſt 7. & fit 1 N. differentia mediarum, ex ſerie continuè proportionalium. 1. 2. 4. 8.

ALITER.

SECVNDVM THEOREMA.

Si A cubus minus B plano ter in A, æquetur B plano in D, ſit autem D ſemiſſis quadratum maius B plano: ſunt quatuor

continuè proportionales lineæ rectæ, ſub quarum mediis vel extremis fit B planum, aggregatum vero extremarum eſt D, & fit A aggregatum mediarum.

Ex zetetico.

Dato aggregato extremarum, & rectangulo ſub medijs vel extremis, in ſerie quatuor continuè proportionalium, inuenire aggregatum mediarum.

Si 1 C — 24 N æquatur 72. ſunt quatuor continuè proportionales, ſub quarum extremis vel medijs quod fit planum, æquale eſt $\frac{24}{3}$ *id eſt 8, aggregatum vero extremarum eſt* $\frac{72}{8}$ *id eſt 9. & fit 1 N. aggregatum mediarum ex ſerie continuè proportionalium.* 1. 2. 4. 8.

Quum autem quadruplus cubus è triente coëfficientis plani, præſtat ſolidi datæ menſuræ quadrato: aliam eo caſu ſortitur æqualitas conſtitutionem, ambiguæ ſeu ei quæ negatur inuersè cõmunem: quô pertinet ſequens Theorema.

THEOREMA. III.

Si A cubus minus B plano ter in A, æquetur D ſolido: cedat autem D ſolidi quadratum, quadruplo B plani cubo: B planum ter in E minus E cubo, æquabitur rurſus D ſolido: & enunciatur E de duobus lateribus, à quibus ſingulis quadrata, adiecta rectangulo ſub ipſis lateribus, faciunt B planum.

Quod autem fit ab vno laterum in quadratum reliqui, adiunctum rectangulo: ſeu aliter quod fit abs aggregato laterum in rectangulum, eſt D ſolidum. A vero enunciatur de aggregato illorum laterum.

Ex zetetico.

Dato plano quod conſtat aggregato quadratorum à duobus lateribus, plus rectangulo ſub ijſdem, & dato inſuper ſolido quod fit abs aggregato laterum, in rectangulum, inuenire latera: vel etiam laterum aggregatum.

Si 1 C. — 21. N. æquetur 20. quoniam quadruplus cubus ex 7 maior eſt quam 400. igitur 21 N. — 1 C. æquabitur 20. & ſunt duo latera, à quibus quadrata adiuncta rectangulo à lateribus, faciunt 21. aggregatum autem laterum, ductum in rectangulum eſt 20. & fit 1 N. in æqualitate inuerſe negata, alterutrum e lateribus, maius minuſue; in directe vero negata, aggregatum ipſorum laterum, ex hypotheſi laterum. 1. & 4.

Neque verò in Geometricâ phraſi hic erit magna diſſimilitudo: Enimverò dicet Geometra, B planum eſſe aggregatum quadratorum à tribus proportionalibus lineis rectis, D vero ſolidum quod fit ab aggregato extremarum in mediæ quadratum ſeu ab alterutra extrema in aggregatum quadratorum â reliquis, & fieri A aggregatum extremarum, E vero primam vel tertiam.

Sic in expoſito themate, 21. eſt aggregatum quadratorum à tribus proportionalibus, & ſolidum 20. eſt ab aggregato extremarum in mediæ quadratum, ſeu ab alterutrâ extremâ in quadrata è reliquis ex ſerie proportionalium 1. 2. 4.

At elegantius & præſtantius ex Analyticis Angularium ſectionũ huiuſmodi æqualitatum conſtitutio eruitur, & ad ἐυμηχανίαν accommodatius in hanc formulam.

ALITER.

TERTIVM THEOREMA.

Si A cubus minus B quadrato ter in A, æquetur B quadrato in D: ſit autem B maior D ſemiſſe, B quadratum ter in E, minus E cubo æquabitur B quadrato in D.

Et ſunt duo triangula rectangula æqualis B hypoterinſæ, ita vt angulus acutus ſubtenſus à perpendiculo primi, ſit triplus ad angulũ acutum ſubtenſum à perpendiculo ſecundi; baſis vero dupla primi, eſt D. & fit A dupla baſis ſecundi. E vero baſis ſimpla ſecundi, contracta, protractaue longitudine eius quæ poteſt quadrato triplum perpendiculi eiuſdem.

1. C. — 300. *N. æquetur* 432. *vel etiam* 300 *N.* — 1. C *æquetur* 432. *ſunt duo triangula rectangula, quorum hypotenuſa communis eſt* 10 : *ita vt angulus acutus primi, à perpendiculo videlicet ſubtenſus, ſit triplus ad acutum ſecundi, à ſuo quoque perpẽdiculo ſubtensũ; baſis autẽ primi dupla, eſt* $\frac{432}{100}$ *&* 1 N *in æqualitate directè negatâ eſt baſis dupla ſecundi: in inuerſè vero negatâ, eſt baſis ſimpla ſecundi, plus minuſue eâ quæ poteſt quadratô triplum perpendiculum ſecundi.*

Cõſtitutâ hypotenuſa communi 10. *baſi ſecundi trianguli* 9. *fit perpendiculum eiuſdem ſecundi l.* 19.

Primi vero hypotenuſa ſtante 10. *fit baſis* 2 $\frac{16}{100}$. *itaque quum in eâ hypotheſi dicetur* 1. C — 300 *N. æquari* 432. *fiet* 1 N. 18. *vel quum dicetur* 300 *N.* — 1. C *æquari* 432. *fiet vnus numerus* 9 + *l.* 57. *vel* 9 — *l.* 57.

Atque hæc ad aſſequendum ex zeteticis conſtitutiones adæquatarum quæ affectæ ſunt poteſtatum, exempla nunc ſufficiuntor. Etſi enim de ſimpliciter affectis Theoremata tantũ propoſita ſunt, tamen quemadmodum ad multipliciter affectas poſſint trahi, vix ignorabitur, quando præſertim detegetur earum Plaſma, de quo iam ſuccedit dicendi locus. ipſorum enim zeteticorum à quibus antedictæ conſtitutiones depromptæ ſunt, iam patuit proceſſus ſufficiẽter in expoſitis eclogis, hoc poſtremo Theoremate excepto, quod par eſt reijci in peculiarem zeteticornm ad Angulares ſectiones pertinentium ſiluulam.

De Generali Methodô Transmutandarum Aequationum.

Caput VII.

Plasmatis ratio pendet è doctrinâ transmutandarum æquationum generaliter imprimis proponenda & demonstranda.

De Transmutatione per Alterationem Radicis.

Æquationum transmutatio instituitur duplici formæ præcautione; aut enim placet alterari Radicem de quâ primum quæritur, aut manere inuariatam.

Qualiscũque autem alteratio sit, primæua Radix & noua, datam habent inter se differentiam vel rationem, adeo vt vnâ cognitâ, altera non possit ignorari.

Ad opus itaque transmutationum, alterata Radix quæsititia conceditur alteri quoque inquirendæ esse æqualis, atque adeo ex eâ concessione nouam induit speciem, sub quâ æquatio primum posita dirigitur, & ordinatur noua.

Ac pluribus quidem modis Radix de quâ quæritur potest artificiose alterari, & nouâ specie exhiberi: ac dirigendi ratio sub ea nouâ specie ipsam quæ primum proposita est æquationem, constans est & vniformis, per modos illos quoscunque.

Quæ vt fiant euidentiora proponatur æquatio quæuis de A Radice exponẽda, & sit Z magnitudo cui adæquetur reliqua; & oporteat propositam illam æquationẽ alteratâ radice arte transmutare.

Primum igitur A Radix potest alterari, & noua specie exhiberi per additionem: vtpote hac concessione & argumentatione A + B esto E. ergo E — B erit A.

Secundô per subductionem, vtpote hac concessione & argumentatione A — B esto E. ergo E + B erit A.

Vel etiã istâ B — A esto E, ergo B — E erit A.

Tertiò per multiplicationem: vtpote hac concessione & argumentatione B in A esto E planum. ergo $\frac{E \text{ planum}}{B}$ erit A.

Quarto per diuisionem, vtpote concedendo & argumentando $\frac{A \text{ planum}}{B}$ esto E. ergo B in E erit A planum.

Quinto, per Analogiam rationis explicitæ: vt pote concedendo esse vt B ad G, ita A ad E, deinde resoluendo Analogiam, & argumentando, ergo $\frac{B \text{ in } E}{G}$ erit A.

Sexto per analogiam rationis implicitæ: vt pote concedendo esse vt A ad B, ita G ad E: deinde resoluendo Analogiam & argumentando, ergo $\frac{B \text{ in } G.}{E}$ erit A.

Septimo per Parabolicã hypostasin in generibus quibuscunque æquationum: vt pote in quadraticis, concedendo $\begin{matrix}E \text{ quadratum} \\ + A \text{ in } E\end{matrix}$ æquari D plano, quæ æquatio est quadrati affirmatè affecti, deinde argumẽtãdo ergo $\frac{D.\text{planum} - E \text{ quadrato}}{E}$ erit A

Vel concedẽdo $\begin{matrix}E \text{ quadratum} \\ - E \text{ in } A\end{matrix}$ æquari D plano: quæ æquatio est quadrati negatè affecti: & argumentando ergo $\frac{E \text{ quadratum} - D.\text{ plano.}}{E}$ æquabitur A.

Vel denique cõcedendo $\begin{matrix}E \text{ in } A \\ - E \text{ quadrato}\end{matrix}$ æquari D plano, quæ æquatio est plani sub latere negati de quadrato: & argumẽtãdo ergo $\frac{E \text{ quadratum} + D \text{ plano}}{E}$ æquabitur A.

Postremo per modos compositos, & excogitanda ab artifice & tentanda, quæ suo fini magis inseruire coniiciet, figmenta.

Quamcunque autem speciem induit A, æquatio iuxta eam trãsformabitur, & noua de E ordinabitur, si quæ de A enunciantur in æquatione proposita, eadem enuncientur de nouâ quam A induit specie.

Alteretur enim A per additionem, fingendo A plus B esse E, vt supra, vnde E minus B fit A. quũ igitur par Potestas creabitur abs E minus B, quæ proponebatur ab A, & similes quoque parodici gradus, in quos ducantur inuariandæ coëfficientes, ad efficienda eadem affectionum homogenea: omnino facta huiusmodi æquabuntur proposito homogeneo. Expurgentur igitur secundum artis præcepta, & ita demum æquatio de E ordinetur: Iam transmutata erit in nouam æquationem de E, idest ipsa A productâ cremẽto B, enunciandam, quod faciendum erat.

Quod in reliquis quibuscunque alterandi modis, quibus semper A valor exprimitur, locum habere conspicuum est.

De Transmutatione inuariatâ Radice.

QVod ad secundam præcautionem attinet, inuariatâ Radice æquationem transmutare, est gradum æquationis deprimere vel attollere.

Climacticus autem siue adscensus, siue descensus, regulariter fit vel irregulariter.

Climacticus regularis adscensus fit, quum vtraque propositæ æquationis pars, distributa ordinate, vel secus ex Artificis industria, ducitur sub-quadratice, sub-cubicè, & depressiꝰ sub-climacticè: adscito nēpe ad id supplemento dato vel inquirendo: omnia autem post ductionem, diuisionemue congruè ordinantur.

Irregularis autem adscensus fit, quum omnia quibus proposita æquatio constat, singularia homogenea ducuntur in eundem Parodicum gradum, siue purum, siue affectum à datis congruētibus magnitudinibus, vel etiam eas adficientem: & ducta congruam interpretationem accipiunt, & ordinationem.

Descensus contrâ, quum omnia singularia illa homogenea applicantur, siue ad Radicem quæsititiam, siue Radicis gradum Potestate inferiorem, vel pure, vel cum adficientibus, adfectisue datis congeneribus magnitudinibus: & diuisa, adscito nempe ad id supplemento dato, vel inquirendo, congruam interpretationem accipiunt, & ordinationem.

Demonstratio vero in quacunque artificiosa transmutandi forma statim euidens fit, quoniam quæ æqualia sunt longitudine, æqualia quoque sunt simili potestate, & contra: neque communis diuisor vel multiplicator æqualitatem immutat vel rationem.

Atque hæc vtà nobis generaliter proposita sunt, ita specialibus indigere præceptis, & exemplis concedendum est, quæ diffundentur passim in conuenientiores locos, prout edenda artificij transmutatorij exegerint specimina.

Singularia de Plaſmate.

CAPVT VIII.

PLaſma ineſſe æquationibus intelligitur, quum deducuntur Poteſtates affectæ â puris, vel min⁹ affectis æquealtis, aut etiam altiores à depreſſioribus.

Itaque Plaſma poteſt inſtitui per omnes tranſmutationum modos, præter diuiſionem & Climacticum deſcenſum.

Finis Plaſtices ac præcipuus illius vſus eſt, vt agnitæ ęquationes Plaſmaticę, in ſimplices à quibus eductæ ſunt curentur reſolui, ſi quô id liceat impendio.

Quod quũ deprehendet figmẽtarius, adnotabit ſedulô, ac ſuũ tãdem proferet ſymbolum, in artis commendationẽ & illuſtrationẽ.

Omnino & id eſto primum animaduerſione dignum.

Si qua poteſtas affecta eſt, vel afficit ſub ſingulis gradibus ad eam paradocis, Plaſmatica eſt per modum additionis, vel ſubductionis: quoniam Radix intelligetur adfecta fuiſſe cremẽto, vel decremento deſumpto ex coefficiente ſub gradu altiore, ſecundum Poteſtatis conditionem.

In quadratis videlicet, affecta fuiſſe Radix, ſemiſſe coefficientis ſub latere: In cubis, triente coefficientis ſub quadrato. In quadrato-quadratis, quadrãte coefficiẽtis ſub cubo. In quadrato-cubis quintante coefficientis ſub quadrato-quadrato: & eo cõtinuo progreſſu.

Sic Quadrata quæcunque adfecta, originẽ ſumũt â puris. Cubi affecti ſub quadrato & latere, à cubis affectis ſub latere. Quadrato-quadrata affecta ſub cubo, quadrato, & latere, à quadrato-quadratis affectis ſub quadrato vel latere, aut tam ſub quadrato quam ſub latere. & eô deinceps ordine.

Secundũ eſto, ſi qua poteſtas à radice planâ eſt ſolidáue, vel vlterioris ordinis homogeneâ, Plaſmatica eſt per multiplicationis modum vel implicitæ Analogiæ.

Sic quadrato-quadratũ affectum ſub quadrato, originem ſumit à quadrato affecto ſub latere: quoniam ducta ſunt omnia quibus æquatio conſtat ſingularia homogenea, in quadratum coefficientis ſub latere: vnde Radix effecti quadrato-quadrati intelligitur media proportionalis inter coefficientem ſub lateralem, & eam quæ primum proponebatur Radicem.

Sic cubo cubus adfectus ſub cubo, originem ſumit à quadrato

quoque

quoque adfecto sub latere, vnde radix effecti cubo-cubi fit secunda continuè proportionalium, qualium coefficiens sublateralis est prima, radix vero quæ primum proponebatur earundem quarta.

Sic cubo-cubus adfectus sub quadrato-quadrato, originem sumit à cubo affecto sub quadrato, ductis omnibus quibus æquatio constat singularibus homogeneis, in cubum coefficientis sub quadrato: vnde radix effecti cubo-cubi mediâ proportionalis est inter coefficientẽ sub quadrati ã, & eã quæ primũ proponebatur.

Tertium esto, omne quadrato-quadratum affectũ sub parodico ad illud gradu, vno vel pluribus, Plasmaticum est, suam videlicet ducẽs per Climacticũ adscensũ originẽ, a quadr. affecto sub latere.

Afficiatur quadrato-quadratũ sub latere: Æquatio affecti quadrati à quo deducta quadrato quadratica est, eam passa est suorum quibus constat singularium homogeneorum distributionem, vt quadrati symbolum fecerit partem vnam æquationis, planum vero sub latere, vna cum data comparationis magnitudine, alteram: & vtrâque tandem parte ductâ quadratice, interpretationem congruam acceperit homogeneum sub quadrato, atque adeo omnia fuerint ordinata.

Adficiatur vero quadrato-quadratum, tam sub quadrato quam latere: æquatio affecti quadrati, à quo deducta quadrato-quadratica est, eam passa est suorum quibus constat singularium homogeneorum distributionem, vt quadratica Potestas, vna cum Diesi dati plani comparationis, vel eiusdem productione, fecerit partem vnam æquationis, planum vero sub latere, vna cum Apotome dati plani comparationis, vel eodem producto, partem alteram; atque adeo vtrâque parte ductâ quadratice, omnia fuerint ordinata.

Adficiatur denique quadrato-quadratum sub cubo: æquatio adfecti quadrati, à quo deducta quadrato-quadratica est, eam suorum quibus constat singularium homogeneorum passa est distributionem, vt quadrati symbolum vna cum plano sub latere, fecerit partẽ vnã æquationis, datum vero planum comparationis alteram & vtrâque parte ductâ quadratice, interpretationem congruam acceperint, vt homogenea tam sub latere quam quadrato, atque adeo omnia fuerint ordinata.

Quartũ esto & postremũ, cubicas omnes affectiones per Climacticum irregularem adscensum, è quadraticis posse deduci, verum

in illis ad primæuas non patere reductionis viam, nisi per æquationes Potestatum æque-altarum & affectarum: Aequationum tamẽ inde constitutarum spectata proprietas maximè iuuat.

Sed & inter Anomalas Plasmaticas, dignæ speciali notâ sunt eæ quæ pertinent ad homogenea affectionum, quę de potestatibus negantur: creantur illæ suâ primœnâ origine à puri quadrati Æquatione, instituto Plasmate per additionem vel subductionem: nam quum ad Plasma adsumitur coëfficiens quælibet maior Radice propositâ, siue ea adfirmetur per hypothesin, siue negetur, semper inciditur in æquationem plani sub latere negati de quadrato. vnde Porisma.

Quotiescumque Potestas negatur de Affectionis homogeneo, radicem Potestatis esse ancipitem: quoniam ex ancipite illa quadraticâ reliquæ omnes fluunt & deducuntur, saluâ radicis primæuæ Amphibolia.

Deductiua Quadratorum Affectorum â Puris.

CAPVT. IX.

QVæ omnia vt fiant euidentiora, Theorematum aliquot, ad Plasmata de quibus monuimus pertinentium, iam sequitur farrago.

THEOREMA. I.

Si A quadratum, æquetur Z plano.
A + B esto E.

E quadratum minus B in E bis æquabitur. — Z plano — B quadrato.

Quoniam enim A quadratum proponitur ęquale Z plano, est autem A + B Radici E æqualis, ergo E — B æquabitur A. itaque quadratum abs E — B ęquabitur Z plano: quadratum autem illud constat singularibus planis,

E quadrato.
— B in E bis.
+ B quadrato.

quare omnibus his ordinatis — E quadratum — B in E bis } æquabitur { Z plano — B quadr.

vt est enunciatum,

THEOREMA. II.

Si A quadratum ęquetur Z plano.
A — B esto E.

$\left.\begin{array}{l}E \text{ quadratum} \\ + B \text{ in } E \text{ bis}\end{array}\right\}$ æquabitur. $\left\{\begin{array}{l}Z \text{ plano} \\ - B \text{ quadrato.}\end{array}\right.$

Quoniam enim A quadratum æquatur Z plano, est autẽ A — B Radici E æqualis, A — B æquetur E, ergo E + B æquabitur A: itaque quadratum ab E + B æquabitur Z plano: quadratum autem istud constat singularibus planis.

E quadrato.
+ B in E bis.
+ B quadrato.

quare omnib9 bene ordinatis $\left.\begin{array}{l}E \text{ quadratum} \\ + B \text{ in } E \text{ bis}\end{array}\right\}$ æquabitur $\left\{\begin{array}{l}Z \text{ plano} \\ - B \text{ quadr.}\end{array}\right.$ vt est enunciatum.

THEOREMA III.

Si A quadratum æquetur Z plano.
B — A vel A + B esto E.

$\left.\begin{array}{l}B \text{ in } E \text{ bis} \\ - E \text{ quadrato.}\end{array}\right\}$ æquabitur $\left\{\begin{array}{l}B \text{ quadrato.} \\ - Z \text{ plano.}\end{array}\right.$

Quoniam enim A quadratum proponitur æquale Z plano, est autem B — A Radici E æqualis: igitur B — E æquabitur A. itaq; quadratum abs B — E ęquabitur Z plano: quadratum autem illud constat.

B quadrato.
— B in E bis.
+ E quadrato.

quare omnib9 bene ordinatis, $\left.\begin{array}{l}B \text{ in } E \text{ bis} \\ - E \text{ quadrato.}\end{array}\right\}$ æquabitur $\left\{\begin{array}{l}B \text{ quadr.} \\ - Z \text{ plano.}\end{array}\right.$ vt est enunciatum.

Et si A + B æquetur E, igitur E — B æquatur A. itaque quadratũ abs E — B æquabitur Z plano: quadratum autem illud constat.

E quadrato.
— B in E bis.
+ B quadrato.

quare omnib9 bene ordinatis, $\left.\begin{array}{l}B \text{ in } E \text{ bis} \\ - E \text{ quadrato.}\end{array}\right\}$ æquabitur. $\left\{\begin{array}{l}B \text{ quadr.} \\ - Z \text{ plano.}\end{array}\right.$ vt est quoque enunciatum.

Deductiua Adfectorum aliquot Cuborum sub Quadrato, à Cubis adfectis sub Latere.

CAPVT X.

THEOREMA I.

Si A cubus.
— B quadrato ter in A } æquetur Z solido.
A — B esto E.

E cubus
+ B in E quadratũ ter. } æquabitur { Z solido.
+ B cubo bis.

Quoniam enim A cubus minus B quadrato ter in A, æquatur Z solido: est autem A — B radici E æqualis, igitur E + B æquabitur A. quare cubus ab E + B multatus solido abs B quadrato ter in E + B, æquabitur Z solido.

Cubus autem abs E + B constat.

E cubo.
+ B in E quadratum ter.
+ B quadrato in E ter
+ B cubo.
Solidum vero Affectionis. — B quadrato ter in E
— B cubo ter.

Quare omnibus benè ordinatis.

E cubus
+ B in E quadratum ter } æquabitur { Z solido
+ B cubo bis.

vt est enunciatum.

ALITER.

THEOREMA. I.

Si A cubus.
— B quadrato ter in A. } æquetur Z solido.
A + B esto E.

E cubus
— B in E quadratum ter. } æquabitur { Z solido.
— B cubo bis.

Quoniam enim A cubus minus B quadrato ter in A, æquatur Z solido: est autem A + B Radici E æqualis, igitur E — B æquabitur A. quare cubus abs E — B multatus solido abs B quadrato ter in E — B, æquabitur Z solido, cubus autem abs E — B constat.

E cubo
— B in E quadratum ter
+ B quadrato in E ter
— B cubo.
Solidum vero Affectionis. — B quadrato in E ter.
+ B cubo ter.

Quare omnibus bene ordinatis.

E cubus.
— B in E quadratum ter. } æquabitur. { Z ſolido.
—B cubo bis.

vt eſt enunciatum.

THEOREMA. II.

Si B quadratum ter in A.
— A cubo. } æquetur Z ſolido.

B — A eſto E.

B in E quadratum ter.
— E cubo. } æquabitur. { B cubo bis.
— Z ſolido.

Quoniam enim B quadratum ter in A minus A cubo, æquatur Z ſolido: eſt autem B — A Radici E æqualis, igitur B — E æquabitur A: quare ſolidum abs B quadrato ter in B — E, minus cubo abs B — E æquabitur Z ſolido: ſolidum autem illud affectum conſtat.

B cubo ter.
— B quadr. ter in E cubus vero negatus de ſolido illo. — B cubo.
+ B quadr. in E ter.
— E quadr. in B ter.
+ E cubo.

Quare omnibus bene ordinatis.

B in E quadratum ter
— E cubo } æquabitur. { B cubo bis.
— Z ſolido.

vt eſt enunciatum.

ALITER.

THEOREMA. II.

Si B quadratum ter in A.
— A cubo. } æquetur Z ſolido.

B + A eſto E.

B in E quadratum ter.
— E cubo } æquabitur. { B cubo bis.
+ Z ſolido.

Quoniam enim B quadratum ter in A minus A cubo, æquatur Z ſolido, eſt autem B + A Radici E æqualis, igitur E — B, æquabitur A: quare ſolidum abs B quadrato ter in E — B, minus cubo abs E — B æquabitur Z ſolido. ſolidũ autem illud affectũ cõſtat.

B quadr. ter in E.
— B cubo ter. cubus vero negatus de ſolido illo. E cubo.
+ B in E quad. ter.
+ B quad. ter in E
— B cubo

quare omnibus bene ordinatis.

$$\left.\begin{array}{l}\text{B in E quadratum ter.}\\ -\text{E cubo.}\end{array}\right\}\text{æquabitur.}\left\{\begin{array}{l}\text{B cubo bis.}\\ +-\text{Z solido.}\end{array}\right.$$

vt est enunciatum.

Deductiua adfectorum Cuborum tam sub Quadrato, quam sub Latere, à Cubis adfectis sub Latere.

CAP. XI.

THEOREMA. I.

Si
$$\left.\begin{array}{l}\text{A cubus}\\ +\text{D plano in A.}\end{array}\right\}\text{æquetur Z solido,}$$
A + B esto E.
$$\left.\begin{array}{l}\text{E cubus}\\ -\text{B in E quad. ter.}\\ \left.\begin{array}{l}+\text{B quadrato ter.}\\ +\text{D plano.}\end{array}\right\}\text{in E.}\end{array}\right\}\text{æquabitur.}\left\{\begin{array}{l}\text{Z solido.}\\ +\text{D pl. in B}\\ +\text{B cubo.}\end{array}\right.$$

Quoniam enim A cubus + D plano in A, proponitur æquari Z solido: est autem A + B radici E æqualis, igitur E — B æquabitur A. itaque cubus abs E — B, adiunctus solido abs D plano in E — B, æquabitur Z solido. cubus autem abs E — B constat.

$$\begin{array}{l}\text{E cubo}\\ -\text{B in E quadr. ter.}\\ +\text{B quadr. in E ter.}\\ -\text{B cubo.}\end{array}\quad\text{Solidum vero affectionis.}\quad\begin{array}{l}+\text{D plano in E.}\\ -\text{D plano in B.}\end{array}$$

Quare omnibus bene ordinatis.

$$\left.\begin{array}{l}\text{E cubus}\\ -\text{B in E quadr. ter.}\\ \left.\begin{array}{l}+\text{B quadrato ter.}\\ +\text{D plano}\end{array}\right\}\text{in E.}\end{array}\right\}\text{æquabitur.}\left\{\begin{array}{l}\text{Z solido.}\\ +\text{D plano in B}\\ +\text{B cubo.}\end{array}\right.$$

vt est enunciatum.

THEOREMA. II.

Si
$$\left.\begin{array}{l}\text{A cubus}\\ +\text{D plano in A}\end{array}\right\}\text{æquetur Z solido.}$$
A — B esto, E.
$$\left.\begin{array}{l}\text{E cubus}\\ +\text{B in E quadratum ter.}\\ \left.\begin{array}{l}+\text{B quadrato ter.}\\ +\text{D plano.}\end{array}\right\}\text{in E.}\end{array}\right\}\text{æquabitur.}\left\{\begin{array}{l}\text{Z solido}\\ -\text{D plano in B.}\\ -\text{B cubo.}\end{array}\right.$$

Quoniam enim A cubus + D plano in A, æquatur z ſolido: eſt autem A — B Radici E æqualis: igitur E + B, æquabitur A: itaque cubus abs E + B adiunctus ſolido abs D plano in E + B, æquabitur z ſolido. cubus autem abs E + B conſtat.

E cubo
+ B in E quadratum ter.
+ B quadrato in E ter.
+ B cubo.

Solidum vero affectionis. + D plano in E.
+ D plano in B.

quare omnibus bene ordinatis.

E cubus.
+ B in E quadratum ter.
+ B quadrato ter. } in E.
+ D plano. } æquabitur. { D cubo.
+ D plano in B.
— Z ſolido.

vt eſt enunciatum.

THEOREMA. III.

Si A cubus
+ D plano in A. } æquetur z ſolido.

B — A ęquetur E.

E cubus
— B in E quadratum 3
+ B quadrato ter } in E.
+ D plano. } æquabitur. { D cubo.
+ D plano in B.
— Z ſolido.

Quoniam enim A cubus, + D plano in A, æquatur z ſolido: eſt autem B — A Radici E ęqualis, igitur B — E æquabitur A. itaq; cubus abs B — E adiunctus ſolido abs D plano in B — E, æquabitur z ſolido: Cubus autem abs B — E conſtat.

B cubo.
— E in B quadr. ter.
+ E quadr. in B ter.
— E cubo.

Solidum vero affectionis. + D plano in B.
— D plano in E.

Quare omnibus bene ordinatis.

E cubus.
— B in E quadratum ter.
+ B quadrato ter } in E.
+ D plano. } æquabitur. { B cubo.
+ D plano. in B.
— Z ſolido.

vt eſt enunciatum.

THEOREMA. IIII.

Si A cubus.
— D plano in A. } æquetur z ſolido.
A + B eſto E.

E cubus
— B in E quadratum ter.
+ B quadrato ter. } in E.
— D plano. } æquabitur. { Z ſolido.
+ B cubo.
— D plano in B.

Quoniam enim A cubus — D plano in A, æquatur z ſolido, eſt autem A + B Radici E æqualis: igitur E — B æquabitur A. itaque cubus abs E — B multatus ſolido abs D plano in E — B, æquatur z ſolido, cubus autem abs E — B conſtat.

E cubo.
— B in E quadratum ter.
+ B quadrato in E ter.
— D plano.

Solidum vero affectionis.

— D plano in E.
+ D plano in B.

quare omnibus bene ordinatis.

E cubus.
— B in E quadratum ter.
+ B quadrato ter } in E.
— B cubo. } æquabitur. { Z ſolido.
+ B cubo.
— D plano in B.

vt eſt enunciatum.

THEOREMA. V.

Si A cubus.
— D plano in A. } æquetur z ſolido.
A — B eſto E.

E cubus
+ B in E quadratum ter.
+ B quadrato ter. } in E.
— D plano. } æquabitur. { Z ſolido.
+ D plano in B.
— B cubo.

Quoniam enim A cubus — D plano in A, æquatur z ſolido: eſt eſt autē A — B Radici E æqualis: igitur E + B æquabitur A. itaq; cubus abs E + B multatus ſolido abs D plano in E + B, æquabitur z ſolido. Cubus autem abs E + B conſtat.

E cubo.
+ B in E quadratum ter.
+ B quadrato in E ter
— B cubo

Solidum vero affectionis.

D plano in E.
— D plano in B.

Quare

quare omnibus bene ordinatis.

E cubus.
+ B in E quadratum ter.
+ B quadrato ter. } in E.
— D plano. } in E.
} æquabitur. {
Z ſolido.
— D plano in B.
— D cubo.

vt eſt enunciatum.

THEOREMA. VI.

Si A cubus
— D plano in A. } æquetur z ſolido.
B — A eſto E.

E cubus
— B in E quadratum ter
+ B quadrato ter } in E
— D plano. } in E
} æquabitur. {
B cubo.
— D plano in B.
— Z ſolido.

Quoniam enim A cubus, minus D plano in A, æquatur z ſolido: eſt autem B — A Radici E ęqualis, igitur B — E æquabitur A. itaq; cubus abs B — E multatus ſolido abs D plano in B — E, æquabitur z ſolido: Cubus autem abs B — E conſtat.

B cubo
— B quadrato in E ter.
+ B in E quadratum ter.
— E cubo.

Solidum vero affectionis.
— D plano in B.
+ D plano in E.

Quare omnibus bene ordinatis.

E cubus.
— B in E quadratum ter.
+ B quadrato ter } in E.
— D plano. } in E.
} æquabitur. {
B cubo.
— D plano. in B.
— Z ſolido.

vt eſt enunciatum.

THEOREMA. VII.

Si D planũ in A
— A cubo. } æquetur Z ſolido.
A + B eſto, E.

D planum. } in E.
— B quadrato ter. } in E.
+ B in E quadratum ter.
— E cubo
} æquabitur. {
Z ſolido
+ D plano in B.
— B cubo.

Quoniam enim D planum in A minus A cubo, æquatur, Z ſolido: eſt autem A + B radici E æqualis, igitur E — B æquabitur A. itaque ſolidum abs D plano in E — B, multatum E — B

D

cubo, æquatur Z ſolido. Solidũ autem abs D plano in E — B conſtat.

D plano in E. — D plano in B. Cubus vero ablatitius. E cubo + B in E quadr. ter. — B quadr. in E ter. + B cubo.

Quare omnibus bene ordinatis.

D planũ. + B quadrato ter. } in B. — B in E quadr. ter. — E cubo } æquabitur. { Z ſolido. + D plano in B — B cubo.

vt eſt enunciatum.

THEOREMA. VIII.

Si D planũ in A. — A cubo { æquetur Z ſolido, A — B eſto E.

D planum. — B quadrato ter. } in E. — B in E quad. ter. — E cubo. } æquabitur. { Z ſolido. — D pl. in B + B cubo.

Quoniam enim D planum in A minus A cubo, æquatur Z ſolido: eſt autem A — B Radici E æqualis, igitur E plus B æquabitur A. Itaq; ſolidum abs D plano in E + B multatum E + B cubo, æquabitur Z ſolido. ſolidum autem abs D plano in E + B conſtat.

D plano in E + D plano in B. Cubus vero ablatitius. — E cubo. — B in E quadr. ter. — B quadr. in E ter. — B cubo.

quare omnibus bene ordinatis.

D planum — B quadratum ter. } in E. — B in E quadratum ter. — E cubo. } æquabitur. { Z ſolido. — D plano in B. + B cubo.

vt eſt enunciatum.

THEOREMA. IX.

Si D planum in A. — A cubo. { æquetur Z ſolido. B — A eſto E.

D planũ. — B quadrato ter. } in E. + B in E quadratum ter. — E cubo } æquabitur. { D plano in B. — B cubo. — Z ſolido.

Quoniam enim D planum in A, minus A cubo, æquatur Z solido: est autem B — A Radici E æqualis, igitur B — E æquabitur A: itaque D planum in B — E, minus B — E cubo, æquabitur z solido: solidum autem abs D plano in B — E constat.

D plano in B.
— D plano in E.

Cubus vero ablatitius.

— B cubo.
+ B quadr. in E ter.
— E quadr. in B ter.
+ E cubo.

Quare omnibus bene ordinatis.

D planũ. } in E.
— B quadrato ter.
+ B in E quadratum ter.
— E cubo
} æquabitur. {
D plano in B.
— B cubo.
— Z solido.

vt est enunciatum.

Deductiua Potestatum aliquot, Radices planas solidasue habentium, a Potestatibus simplicium Radicum.

CAP. XII.

THEOREMA I.

Si A quadratum
+ B in A } æquetur Z plano.
B in A esto E quadratum.
E quadrato-quadratum.
+ B quadrato in E quadratum. } æquabitur B quadrato in Z planum.

Quoniã enim A quadratũ + B in A æquatur Z plano: est autẽ B in A æquale E quadrato, igitur $\frac{\text{E quadratum}}{\text{B}}$ æquabitur A: itaque quadratum abs $\frac{\text{E quadrato}}{\text{B}}$ adiunctum plano sub B & $\frac{\text{E quadrato}}{\text{B}}$.

id est $\frac{\text{E quadrato-quadratum.}}{\text{B quadrato.}}$
+ E quadrato. } æquabitur z plano.

Omnia ducantur in B quadratum, ergo
E quadrato-quadratum
+ B quadrato in E quadratum. } æquabitur B quadrato in z planum.
vt est enunciatum.

Quum autem ipsum E quadratum Radix statuetur plana, hæc erit æquationis enunciatio.
E plani quadratum.
+ B quadrato in E planum. } æquabitur B quadrato in z planum.

THEOREMA. II.

Si A quadratum,
— B in A. } æquetur z plano.
B in A esto E quadratum, planumue.

E quadrato-quadratum
— B quadrato in E quadratum. } æquabitur B quadrato in z planum.

ALITER.

B plani quadratum.
— B quadrato in E planum. } æquabitur B quadrato in z planum.

Nec dissimilis est ab ea, quæ in antecedente Theoremate, exposita est demonstratio.

THEOREMA. III.

Si B in A.
— A quadrato } æquetur z plano.
B in A esto E quadratum, planumue.

B quadratum in E quadratum.
— E quadrato-quadrato. } æquabitur B quadrato in z planum.

ALITER.

B quadratum in E planum.
— E plani quadrato. } æquabitur B quadrato in z planum.

Nec dissimilis est ab eâ quæ in primo huius capitis Theoremate, exposita est demonstratio.

THEOREMA IIII.

Si A quadratum
+ B in A } æquetur Z plano.

B quadratum in A esto E cubus.

E cubo-cubus.
+ B cubo in E cubum. } æquabitur B quadrato-quadr. in z planum.

Quoniam enim A quadratum + B in A, æquatur z plano: est autem B quadratum in A æquale E cubo: igitur $\frac{\text{E cubus}}{\text{B quad}}$ æquabitur A: itaque quadratum abs $\frac{\text{E cubo}}{\text{B quad}}$ plus $\frac{\text{B in E cub}}{\text{B quad.}}$. id est $\frac{\text{E cubo cubus.}}{\text{B quad.quad.}}$ plus

$\frac{E\ cubo}{B}$ æquabitur Z plano, omnia ducantur in B quadrato-quadr.

ergo $\left.\begin{matrix}E\ cubo\text{-}cubus.\\ +B\ cubo\ in\ E\ solidum\end{matrix}\right\}$ æquabitur B quadrato-quadr. in Z plan. vt est enunciatum.

THEOREMA. V.

Si $\left.\begin{matrix}A\ quadratum\\ -B\ in\ A.\end{matrix}\right\}$ æquetur Z plano.

B quadratum in A esto E cubus, solidumue.

$\left.\begin{matrix}E\ cubo\text{-}cubus\\ -B\ cubo\ in\ E\ cubum.\end{matrix}\right\}$ æquabitur B quad.quad. in Z planum.

Nec dissimilis est ab ea quæ in antecedente Theoremate exposita est demonstratio.

THEOREMA. VI.

Si $\left.\begin{matrix}B\ in\ A\\ -A\ quadrato.\end{matrix}\right\}$ equetur Z plano.

B quadratum in A esto E cubus, solidumue,

$\left.\begin{matrix}B\ cubus\ in\ E\ cubum.\\ -E\ cubo\text{-}cubo.\end{matrix}\right\}$ æquabitur B quadrato-quadr. in z planum.

Aliter.

$\left.\begin{matrix}B\ cubus\ in\ E\ solidum\\ -E\ solidi\ quadrato.\end{matrix}\right\}$ æquabitur B quad.quad. in z planum.

Nec dissimilis est ab eâ quæ in quarto huius capitis Theoremate, exposita est demonstratio.

THEOREMA. VII.

Si $\left.\begin{matrix}A\ cubus\\ +B\ in\ A\ quadratum.\end{matrix}\right\}$ æquetur z solido.

B in A esto E quadratum.

$\left.\begin{matrix}E\ cubo\text{-}cubus.\\ +B\ quad.in\ E\ quad.quad.\end{matrix}\right\}$ æquabitur B cubo in z solidum.

Quoniam enim A cubus plus B in A quadratum, æquatur z solido: est autem B in A æquale E quadrato, igitur $\frac{E\ quadratum}{B}$ æquabitur A. quare ex iis quæ proponũtur. $\frac{E\ cubo\text{-}cubus}{B\ cubo}$. plus $\frac{E\ quad.\ quad.}{B}$ æquabitur z solido: omnia in B cubum ducuntor.

Ergo E cubo-cubus, plus B quadrato in E quad. quad. æquabitur B cubo in Z solidum.

vt est enunciatum.

Quum autem ipsum E quadratum statuetur Radix plana, hæc erit enunciatio.

E plani cubus.
+ B quadrato in E plani quadratum. } æquatur B cubo in Z solidum.

THEOREMA. VIII.

Si A cubus.
— B in A quadratum. } æquetur Z solido.

B in A esto E quadratum, planumue.

E cubo-cubus
— B quadrato in E quad. quad. } æquabitur B cubo in Z solidum.

Aliter.

E plani cubus.
— B quadrato in E plani quadratum } æquabitur B cubo in Z solidum.

Nec dissimilis est ab eâ quæ in antecedente Theoremate exposita est demonstratio.

THEOREMA. IX.

Si B in A qu.
— A cubo. } æquetur Z solido.

B in A esto E quadratum, planumue.

B quadratum in E quadrato-quad.
— E cubo-cubo. } æquabitur B cubo in Z solidum.

Aliter.

B quadratum in E plani quadratum
— E plani cubo. } æquabitur B cubo in Z solidum.

Nec dissimilis est ab eâ quæ in septimo huius capitis Theoremate, exposita est demonstratio.

Deductiua Affectorum Quadrato-quadratorum ab Affectis Quadratis.

CAPVT. XIII.

De Quadrato-quadratis affectis sub Latere.

THEOREMA. I.

$$\text{Si } \left.\begin{array}{l}\text{A quadratum}\\ +\text{B in A}\end{array}\right\}\text{ æquetur z plano.}$$

$$\left.\begin{array}{l}\text{A quad. quad.}\\ +\text{B cubo}\\ +\text{B in Z planum bis.}\end{array}\right\}\text{ in A.}\ \Big\}\text{ æquabitur. }\left\{\begin{array}{l}\text{Z plano plano.}\\ +\text{B quadrato in Z planum.}\end{array}\right.$$

Quoniam enim A quadratum plus B in A, æquatur z plano: igitur per Antithesin, A quadratum æquabitur $\begin{array}{l}\text{Z plano}\\ -\text{B in A.}\end{array}$ ergo A quad. quad. æquabitur $\begin{array}{l}\text{Z plano-plano,}\\ -\text{B in A in Z planum bis.}\\ +\text{B quadrato in A quadratum.}\end{array}$

At affectio B quadrati in A quadratum, interpretationem ex propositâ æquatione accipiens, valet $\begin{array}{l}\text{B quadratum in Z planum}\\ -\text{B cubo in A.}\end{array}$ quare eâ interpretatione adſcitâ, & omnibus bene ordinatis.

$$\left.\begin{array}{l}\text{A quad. quad.}\\ +\text{B cubo.}\\ +\text{B in Z planum bis.}\end{array}\right\}\text{ in A}\ \Big\}\text{ æquabitur. }\left\{\begin{array}{l}\text{Z plano-plano.}\\ +\text{B quadrato in Z planum.}\end{array}\right.$$

vt eſt enunciatum.

Si 1Q + 8N. *æquetur* 20.
1QQ + 832 N. *æquabitur*. 1680.

THEOREMA. II.

$$\text{Si } \left.\begin{array}{l}\text{A quadratum.}\\ -\text{B in A.}\end{array}\right\}\text{ æquetur z plano.}$$

$$\left.\begin{array}{l}\text{A quad quad.}\\ -\text{B cubo.}\\ -\text{B in Z planum bis.}\end{array}\right\}\text{ in A}\ \Big\}\text{ æquabitur. }\left\{\begin{array}{l}\text{Z plano-plano.}\\ +\text{B quadrato in Z planum.}\end{array}\right.$$

Nec dissimilis est ab eâ quæ in antecedente Theoremate exposita est demonstratio.

Si 1 Q — 8 N. *æquetur* 20.
1 QQ — 832 N. *æquabitur* 1680.

THEOREMA. III.

Si $\left.\begin{array}{l}\text{B in A}\\ -\text{A quadrato,}\end{array}\right\}$ æquetur Z plano.

$$\left.\begin{array}{l}\left.\begin{array}{l}\text{B cubus.}\\ -\text{B in Z planum bis.}\end{array}\right\}\text{in A}\\ -\text{A quadrato-quadrato.}\end{array}\right\}\text{ æquabitur. }\left\{\begin{array}{l}\text{B quadrato in Z planum.}\\ -\text{Z plano-plano.}\end{array}\right.$$

Nec dissimilis est ab eâ quæ in primo huius capitis Theoremate exposita est demonstratio.

Si 12 N. — 1 Q. *æquetur* 20.
1248 N. — 1 QQ. *æquabitur* 2480.

De Quadrato-quadratis affectis sub Latere, & Quadrato.

THEOREMA. IIII.

Si $\left.\begin{array}{l}\text{A quadratum}\\ +\text{B in A}\end{array}\right\}$ æquetur. $\left\{\begin{array}{l}\text{S plano.}\\ +\text{D plano.}\end{array}\right.$

$$\left.\begin{array}{l}\text{A quadrato-quadratum.}\\ \left.\begin{array}{l}-\text{D plano bis.}\\ -\text{B quadrato.}\end{array}\right\}\text{in A quadratum}\\ +\text{B in S planum in A bis.}\end{array}\right\}\text{ æquabitur. }\left\{\begin{array}{l}\text{S plano-plano.}\\ -\text{D plano-plano.}\end{array}\right.$$

Quoniam enim A quadratum plus B in A, æquatur S plano + D plano, igitur per Antithesin.

$$\left.\begin{array}{l}\text{A quadratum}\\ -\text{D plano.}\end{array}\right\}\text{ æquabitur. }\left\{\begin{array}{l}\text{S plano.}\\ -\text{B in A.}\end{array}\right.$$

vtraque pars ita transpositæ æquationis, ducatur quadraticè, Ergo

$$\left.\begin{array}{l}\text{A quad.quad.}\\ -\text{D plano in A quad. bis}\\ +\text{D plano-plano.}\end{array}\right\}\text{ æquabitur. }\left\{\begin{array}{l}\text{S plano-plano.}\\ -\text{B in A in S planum bis.}\\ +\text{B quad. in A quadratum.}\end{array}\right.$$

Et omnibus rite ordinatis.

$$\left.\begin{array}{l}\text{A quad. quad.}\\ \left.\begin{array}{l}-\text{D plano bis}\\ -\text{B quadrato.}\end{array}\right\}\text{in A quadratũ}\\ +\text{B in S planum bis in A.}\end{array}\right\}\text{ æquabitur. }\left\{\begin{array}{l}\text{S plano-plano.}\\ -\text{D plano plano.}\end{array}\right.$$

vt est enunciatum.

Si 1 Q. + 8 N. æquetur 20. composito ex 15. & 5.
1 QQ — 74. Q. + 240 N. æquabitur 200.

THEOREMA V.

Si A quadratum — B in A { æquetur } S plano + D plano plano.

A quad. quad. — D plano bis — B quadrato } in A quadratum — B in S planum bis in A { æquabitur } S plano-plano. — D plano-plano.

Nec dissimilis est ab eâ quæ in antecedente capite exposita est demonstratio.

Si 1 Q — 8 N. æquatur 20. composito ex 15. & 5.
1 QQ — 74. Q. — 240 N. æquabitur. 200.

THEOREMA VI.

Si B in A. — A quadrato. { æquetur } S plano. + D plano.

B quadratum — S plano bis } in A quadratum — B in D planum bis in A. — A quad. quad. { æquabitur } S plano-plano. — D plano-plano.

Nec dissimilis est ab eâ quæ in quarto huius capitis Theoremate, exposita est demonstratio.

Si 12 N. — 1 Q. æquetur 20. composito ex 15. & 5.
114 Q. — 120. N. — 1 QQ. æquabitur 200.

De ijsdem Aliter.

THEOREMA VII.

Si A quadratum + B in A { æquetur } S plano. — D plano.

A quad. quad. + D plano bis — B quadrato. } in A quadratum. + B in S planum bis in A. { æquabitur } S plano-plano. — D plano-plano.

Quoniam enim A quadratum plus B in A, æquatur S plano minus D plano: igitur per Antithesin.

A quadratum
+ D plano. } æquabitur { S plano.
— B in A.

Vtraque igitur pars ducatur quadratice: ergo

A quadrato-quadratum.
+ D plano in A quadratum bis } æquabitur { S plano-plano.
+ D plano-plano.
— B in S planum in A bis
+ B quadrato in A quadratum

Et omnibus rite ordinatis.

A quadrato-quadratum
+ D plano bis
— B quadrato. } in A quadratum. } æquabitur { S plano-plano
+ B in S planum bis in A
— D plano-plano.

vt est enunciatum.

Si 1 Q. + 8 N *æquetur* 20. *differentiæ inter* 40. & 60.

1 QQ + 16 Q + 960 N. *æquabitur* 2000.

THEOREMA. VIII.

Si A quadratum
— B in A } æquetur { S plano.
— D plano.

A quadrato-quadratum.
+ D plano bis.
— B quadrato. } in A quadratum. } æquabitur. { S plano-plano.
— B in S planum bis in A.
— D plano-plano.

Nec dissimilis est ab eâ quæ in antecedente Theoremate exposita est demonstratio.

Si 1 Q — 8 N. *æquetur* 20. *differentiæ inter* 40. & 60.

1 QQ. + 16 Q. — 960 N. *æquabitur* 2000.

THEOREMA. IX.

Si B in A
— A quadrato. } æquetur { S plano.
— D plano.

B in D planum bis in A
+ B quadrato
— S plano bis. } in A quadratum. } æquabitur { S plano-plano.
— A quadrato-quadrato.
— D plano-plano.

Nec dissimilis est ab eâ quæ in septimo huius Theorematis capite, exposita est demonstratio.

Si 12 N. — 1 Q. *æquetur* 20. *differentiæ inter* 40. & 60.

960 N. + 24 Q — 1 QQ. *æquabitur*. 2000.

De Quadrato-quadratis affectis ſub Cubo.

THEOREMA. X.

Si $\left.\begin{array}{l}\text{A quadratum}\\ +\text{B in A.}\end{array}\right\}$ æquetur z plano.

$$\text{A quadr.quadr.}\ \left.\begin{array}{l}\dfrac{+\text{B in z planum bis}\quad +\text{B cubo}}{\text{Z plano.}\quad +\text{B quadrato.}}\end{array}\right\}\ \text{in A cub.}\ \Big\}\ \text{æquab.}\ \dfrac{\text{Z pl.plano.}}{\text{Z plano.}\ +\text{B quad.}}$$

Quoniam enim A quadratum plus B in A æquatur z plano: igitur per Antitheſin, A quadratum æquabitur Z plano, — B in A, omnia ducantur in A, ergo A cubus æquatur z plano in A, — B in A quadratum: ſeu aliter ex deſignato A quadrati valore.

$$\text{A cubus æquatur}\ \begin{array}{l}\text{Z plano in A.}\\ -\text{B in Z planum.}\\ +\text{B quadrato in A.}\end{array}$$

Et vtraque parte huius æquationis diuiſâ per z planum + B quad.

$$\left.\dfrac{\text{A cubus.}\quad +\text{Z plano in B.}}{\text{z plano}\quad +\text{B quad.}}\right\}\ \text{æquabitur A.}$$

Quod igitur dicitur, A quadratum æquari z plano, — B in A, idipſum ex deſignato A valore ita exprimitur.

$$\text{A quadratum æquatur.}\ \dfrac{\text{Z plano-plano.}\quad -\text{B in A cubum.}}{\text{Z plano.}\quad +\text{B quad.}}$$

Rurſus venio ad primam propoſitam æquationem;

$\left.\begin{array}{l}\text{A quad.}\\ +\text{B in A.}\end{array}\right\}$ æquari z plano.

Vtraque pars ducitor quadratice: igitur

$$\left.\begin{array}{l}\text{A quad.quad.}\\ +\text{B in A cub. bis}\\ +\text{B quad. in A quad.}\end{array}\right\}\ \text{æquabitur z plano-plano.}$$

Iam affectio B quadrati in A quadratum, interpretationem accipito ex poſtremum deſignato A quadrati valore, ipſa erit

$$\dfrac{\text{B quad. in Z plano-planum.}\quad -\text{B cubo in A cubum.}}{\text{Z plano.}\quad +\text{B quad.}}$$

Quâ interpretatione adſcitâ, & omnibus rite ordinatis,

$$\text{A quad.quad.} \frac{+\text{B in Z planum bis} + \text{B cubo}}{\text{Z plano} + \text{B quad.}} \text{ in A cub. æquab. } \frac{\text{Z pl.pl.pl.}}{\text{Z plano} + \text{B quad.}}$$

vt eſt ordinatum.

Si 1 Q. + 14 N. æquatur. 147.
1 QQ. + 20. C. æquabitur 9261.

THEOREMA. XI.

Si A quadratum − B in A. æquetur Z plano.

$$\text{A quad.quad.} \frac{-\text{B in Z Planum bis} - \text{B cubo}}{\text{Z plano} + \text{B quadrato.}} \text{ in A cub. æquab. } \frac{\text{Z plano-pl. pl.}}{\text{Z plano} + \text{B quad.}}$$

Nec diſſimilis eſt ab ea quæ in antecedente Theoremate expoſita eſt demonſtratio.

Si 1 Q. − 14 N. æquetur 147.
1 QQ − 20 C. æquabitur 9261.

THEOREMA. XII.

Si B in A − A quadrato, æquetur Z plano.

$$\frac{\text{B cubus.} - \text{B in Z planum bis.}}{\text{B quadrato.} - \text{Z plano}} \text{ in A cubum.} - \text{A quadrato-quadrato. æquabitur } \frac{\text{Z plano-plano-plano.}}{\text{B quadrato.} - \text{Z plano.}}$$

Nec diſſimilis eſt ab eâ quæ in decimo huius capitis Theoremate expoſita eſt demonſtratio.

Si 21 N. − 1 Q. æquetur 98.
15. C − 1 QQ. æquabitur 2744.

Deductiua affectorum aliquot Cuborum ab affectis Quadratis.

CAPVT. XIIII.

THEOREMA. I.

Si A quadratum, + B in A. } æquetur z plano.
B quadratum + Z plano − A cubo. } in A. } æquabitur B in z planum.

Quoniam enim A quadratum + B in A. } æquatur Z plano.

omnia ducantur in A: igitur.

A cubus + B in A quadratum. } æquabitur z plano in A.

Sed & ex ijs quæ propoſita ſunt, A quadratũ ęquatur { Z plano − B in A.
quare adſcitâ eâ interpretatione in æquatione cubicâ, ad exprimẽdum valorem ſolidi B in A quadratum.

A cubus + B in Z planum − B quadrato in A } æquabitur z plano in A.

& omnibus ritè ordinatis.

Z planum + B quadrato. − A cubo. } in A } æquabitur B in z planum.

vt eſt enunciatum.

Si 1 Q. + 8 N. æquetur 20.
84 N. − 1 C. æquabitur 160.

THEOREMA. II.

Si A quadratum − B in A } æquetur Z plano.
A cubus. − B quadrato − Z plano. } in A } æquabitur B in z planum.

Nec diſſimilis eſt ab ea quæ in antecedente Theoremate expoſita eſt demonſtratio.

Si 1 Q. — 8 N. æquetur 20.
1 C — 84. N. æquabitur 160.

THEOREMA. III.

Si B in A.
— A quadrato } æquetur z plano.

B quadratum
— Z plano } in A } æquabitur B in z planum.
— A cubo

Nec dissimilis est ab eà quæ in primo huius capitis Theoremate, exposita est demonstratio.

Si 12 N. — 1 Q. æquatur 20.
124 N. — 1 C. æquabitur 240.

THEOREMA IIII.

Si A quadratũ.
+ B in A } æquetur B in D.

A cubus.
+ B + D in A quadratum } æquabitur B in D quadratum.

Quoniam enim A quadratum + B in A, æquatur B in D, omnia ducantur in A, igitur A cubus + B in A quadratum. } æquabitur B in D in A

Sed & ex ijs quæ proponũtur $\frac{\text{B in D} - \text{A quadrato.}}{\text{B}}$ } æquatur A.

Quare ea interpretatione adſcitâ ad exprimendum valorem ſolidi B in D in A. A cubus + B in A quadratum. } æquabitur B in D quadratum. — D in A quadratum.

& adbibita congrua methatesi

A cubus,
+ B + D in A quad. } æquabitur B in D quadratum.

vt est ordinatum.

Si 1 Q. + 16 N. æquatur 80. facto ex 16. in 5.
1 C. + 21. N. æquabitur 400.

THEOREMA. V.

Si A quadratū — B in A { æquetur B in D.

B + D in A quadratum — A cubo } æquabitur B in D quadratum.

Nec dissimilis est ab ea, quæ in antecedente Theoremate, exposita est demonstratio.

Si 1 Q. — 16 N. *æquetur* 80. *facto ex* 16. *in* 5.
21. Q. — 1 C. *æquabitur* 400.

THEOREMA. VI.

Si B in A — A quadrato. { æquetur B in D.

B — D in A quadratum. — A cubo. } æquabitur B in D quadratum.

Nec dissimilis est ab eâ quæ in quarto huius capitis Theoremate, exposita est demonstratio.

Si 9 N. — 1 Q. *æquetur* 18. *facto ex* 9. *in* 2.
7 Q — 1 C. *æquabitur* 36.

Ambiguitates Radicum quarum Potestates de homogeneis adfectionum in adæquationibus negantur, demonstratæ.

CAP. XV.

OStendendum est quum in æquationibus Potestates de homogeneis adfectionum negantur, Radices esse Ancipites.

Proponatur differentia inter B & A esse æqualis S: & sit B maior quam S. aut igitur excessus est penes B, vel penes A.

Primo casu, B — A æquetur S: itaque B — S fit A

Secundo casu A — B æquetur S. itaque B + S fit A. quoniam autem primo casu B — A æquatur S, vtraque pars æqualitatis ducatur quadratice, igitur B quadratum — B in A bis + A quadrato. } æquabitur S quadrato.

& æqualitate ordinata. B in A bis. — A quadrato. } æquale fit { B quadrato. — S quadrato.

Quoniã vero ſecundo caſu, A — B æquatur S, vtraque pars æqualitatis ducatur quadratice, igitur { B quadratum — B in A bis. + A quadrato. } æquabitur S quad. & æqualitate ordinata, { B in A bis. — A quad. } rurſus æquale fit. { B q. — S q. }

Vtroque igitur caſu in eandem inciditur æquationis formulam: eſt autem Radix duplex: ipſa vero formula æquationis eſt, vt planum ſub latere, adficiatur multâ quadrati.

Sit B 6. *S*. 4. *A*. 1 N.

12 N. — 1 Q. *æquatur* 20. *& fit* 1 N. 6 — 4. *vel* 6 + 4.

Quam Amphiboliam in omnibus ſimilibus æquationibus locum habere ſatis intelligitur, vt ſi proponatur { D in A — A quadrato. } æquari Z plano: ipſa D, dicetur eſſe B bis, & Z planum eſſe S quadratum minus B quadrato.

Porro, per ſextum Theorema antecedentis Capitis, apparet ab ea quadrati ambigui ęquatione, deriuari cubos negatos de ſolidis ſub Parodico gradu: & per tertium, ſextum, & nonum, Capitis duodecimi, ab eadem deriuari quadrato-quadrata negata de plano-planis ſub Parodico gradu, quod ad vlterioris ordinis æquationes poſſe extendi ſatis fit manifeſtum.

De Syncriſi.

CAP. XVI.

Syncriſis eſt duarum ęquationum correlatarum mutua inter ſe ad deprehendendum earum conſtitutionem collatio.

Duæ autem æquationes correlatæ intelliguntur, quum ambæ ſimiles ſunt, & pręterea iiſdem datis magnitudinibus conſtant, ſiue adfectionum Parabolis, ſiue adfectionum homogeneis. Radices tamen ideo diuerſę ſunt, quoniam vel ipſę æquationum formulæ de duabus pluribuſue Radicibus, ex ſui cõſtitutione ſunt explicabiles, vel in ijs diuerſa eſt adfectionum qualitas, ſeu nota.

Ac de ſimplicioribus quidem correlatis ſufficiet doctrina, id eſt vna tantum adfęctione obuolutis, vt pote quarum vi, de ijs quę paſſionibus

ſionibus abundant, Plaſtices peritus ratiocinabitur ſecurè.

Correlatarum igitur ſimpliciorum ęquationum, tres ſunt differentiæ.

Prima eſt Ancipitum, in quarum vtraque Poteſtas negatur de homogenea adfectionis.

Altera eſt Contradicentium, in quarum vna Poteſtas adficitur adfirmate, in altera negate.

Tertia eſt Inuerſarum, in quarum vna, Poteſtas adficitur multâ homogeneæ adfectionis, in altera e contrâ, homogenea adfectionis multatur Poteſtate.

Siue autem Ancipitum, ſiue Contradicentium, ſiue Inuerſarum ęquationum conſtitutio, Syncriſi cognoſcetur probè: Ineundæ ſiquidem Syncriſeos hæc eſt ratio. quoniam enim quæ vni æquãtur inter ſe æqualia ſunt: proponuntur autem Poteſtates duæ adficientes, adfectæ uæ, eidem datæ omnino magnitudini homogeneæ comparari, ipſum autem adfectum, adficiēſue homogeneum, vtriuis poteſtati immixtum, fieri ſub Parodicis ijſdem gradibus, eademque parabola: ergo Poteſtas Radicis vna cum homogeneo ſub ſuo gradu Parodico, æquabitur Poteſtati alterius vna cum homogeneo ſub ſuo quoque gradu Parodico: & tranſlatis ad vnam ita conſtitutæ quoque ęquationis partem Poteſtatibus, ad alteram vero, ijs quæ ſub gradibus fiunt adfectionum homogeneis, erit rurſum æqualitas. vnde quum differētia aut aggregatum Poteſtatum, applicabitur ad differentiam vel aggregatum laterum, (vter vero terminus, opus indicabit.) faciet oriri magnitudinem Parabolæ æqualem: cuius ideo euidens erit conſtitutio.

Quod ſi poſtea vtrauis poſitarum æquationum, Syncriſi expoſitarum, non iam ſub ipſamet Parabola exhibeatur, ſeu ſub æquo Parabolæ (prout eius conſtitutio agnita fuit.) valore: quod ordinabitur, erit conſequenter dato comparationis homogeneo æquale, cuius ideo conſtitutio non poterit ignorari: quoniam orietur illud ex facti ab aggregato vel differentia Radicum, aut graduum, in planum ſub Radicibus applicatione ad eundem cui antecedens applicatio facta eſt terminum, ſiue differentiam, ſiue aggregatum.

Secundum quæ, proficiſcuntur Parabolæ adfectionum in Ancipitibus, ex applicatione differentiæ Poteſtatum ad differentiam eorum quos metitur Parabola graduum.

Homogenea vero comparationum, ex applicatione differentiæ factorum reciprocè, à Poteſtate vnius Radicis in gradum alterius, ad prædictam cui altera applicatio facta eſt, graduum differentiam. Id autem obiter eſt demonſtrandum.

PROBLEMA. I.

DVarum Ancipitum æquationum conſtitutionem, ex Syncriſi dignoſcere.

Proponatur B parabola in A gradum. — A poteſtate. } æquari z homogeneæ.

& rurſus eadem B parabola in E gradum. — E poteſtate. } æquari z homogeneæ.

Vnde par exiſtit gradus & par Poteſtas: oportet ex Syncriſi earũ æquationum conſtitutionem dignoſcere.

Quoniam igitur quæ vni æquantur æqualia ſunt inter ſe: manifeſtum eſt. B parabolam in A gradum. — A poteſtate. } æquari. { B parabolæ in E gradum. — E poteſtate.

& per Antitheſin, ſtatuẽdo ſi placet A maiorem quam E, quod quidem hic liberũ eſt, propter præſuppoſitã Radicũ ἀμφιβολίαν.

A poteſtas. — E poteſtate } æquabitur { B parabolæ in A gradum. — B parabola in E gradum.

Et omnib. per A gradũ — E gradu diuiſis $\frac{\text{A poteſtas. — E poteſtate.}}{\text{A gradui. — E gradu.}}$ } æqu. B parab.

Oritur ergo B parabola, ex applicatione differentiæ Poteſtatum ad differentiam graduum: vt eſt conſtitutum.

Porro, quum B parabola in A gradum, minus A Poteſtate, æquetur z homogeneæ, in locum B paraboles ſubrogetur iam agnitus eius valor, & ea ſubrogatione æquatio reformetur: ergo

$\frac{\text{A poteſtas in E gradum. — E poteſtate in A gradum.}}{\text{A gradui — E gradu.}}$ } æquabitur z homogeneæ.

Oritur ergo z homogenea ex applicatione differentiæ factorum reciproce, a Poteſtate vnius Radicis in gradum alterius, ad differentiam graduum: vt eſt quoque conſtitutum.

In Specie.

Proponatur $\left.\begin{array}{l}B \text{ in } A \\ - A \text{ quadrato.}\end{array}\right\}$ æquari z plano.

Et rursus $\left.\begin{array}{l}B \text{ in } E \\ - E \text{ quadrato.}\end{array}\right\}$ æquari z plano.

Oportet ex Syncrisi earum æquationum constitutionem dignoscere: quoniam igitur quæ vni ęquantur æqualia sunt inter se, manifestum est $\left.\begin{array}{l}B \text{ in } A \\ - A \text{ quadrato.}\end{array}\right\}$ æquari $\left\}\begin{array}{l}B \text{ in } E. \\ - E \text{ quadrato.}\end{array}\right.$

Et per Antithesin, statuendo si placet A maiorem quam E, quod quidem hic liberium est, propter suppositã Radicum ἀμφιβολίαν.

$\left.\begin{array}{l}A \text{ quadratum.} \\ - E \text{ quadrato}\end{array}\right\}$ æquabitur $\left\{\begin{array}{l}B \text{ in } A \\ - B \text{ in } E.\end{array}\right.$

& omnibus per A — E diuisis.

$\left.\frac{A \text{ quadratum.} - E \text{ quadrato}}{A - E:}\right\}$ id est A + E, æquabitur B.

Est igitur B summa duorum de quibus quæritur laterum, oriunda ex applicatione differentiæ quadratorum, ad differentiam laterũ, vt est generaliter constitutum.

Porro quũ $\left.\begin{array}{l}B \text{ in } A. \\ - A \text{ quadr.}\end{array}\right\}$ æquetur Z plano, si in locum B, subrogetur iam agnitus ipsius valor $\frac{A \text{ quadratum.} - E \text{ quadrato.}}{A - E.}$ seu A + E.

$\frac{A \text{ quadratum in } E. - E \text{ quadrato in } A.}{A - E}$ id est E in A. æquabitur z plano.

Est igitur Z planum, id quod fit sub duobus de quibus quæritur lateribus, ortum ex differẽtiæ factorum reciproce à quadrato vnius, in Radicem alterius applicatione, ad differentiam laterum: vt est quoque generaliter constitutum.

Aliud.

Proponatur $\left.\begin{array}{l}B \text{ planum in } A \\ - A \text{ cubo}\end{array}\right\}$ æquari z solido.

& rursus $\left.\begin{array}{l}B \text{ planum in } E \\ - E \text{ cubo.}\end{array}\right\}$ æquari z solido.

Oportet ex Syncrisi earum æquationum constitutionem dignoscere: quoniam igitur quæ vni æquantur æqualia sunt inter se, manifestum est $\left.\begin{array}{l}B \text{ planum in } A \\ - A \text{ cubo.}\end{array}\right\}$ æquari $\left\{\begin{array}{l}B \text{ plano in } E \\ - E \text{ cubo.}\end{array}\right.$

Et per Antithesin, statuendo si placet A maiorem quam E, quod

quidem hic liberum est, propter suppositam Radicum ἀμφιβολίαν.

$$\left.\begin{array}{l}\text{A cubus.}\\ -\text{E cubo.}\end{array}\right\}\ \text{æquabitur}\ \left\{\begin{array}{l}\text{B plano in A.}\\ -\text{B plano in E.}\end{array}\right.$$

Et omnibus per A diuisis $\dfrac{\text{A cubus.} - \text{E cubo}}{\text{A} - \text{E}}$ id est $\left.\begin{array}{l}\text{A quad.}\\ +\text{E quad.}\\ +\text{A in E.}\end{array}\right\}$ æqua. B pl.

Est igitur B planum aggregatum quadratorum a duobus de quibus quæritur lateribus, adiunctum ei quod sub ijs fit plano: & oritur ex applicatione differentiæ cuborum ad differentiam laterũ: vt est generaliter constitutum.

Porro quũ $\left.\begin{array}{l}\text{B planum in A}\\ -\text{A cubo}\end{array}\right\}$ æquetur Z s. si in locũ B pl. subrogetur. agnitus eius valor, nempe $\dfrac{\text{A cubus.} - \text{E cubo.}}{\text{A} - \text{E}}$ seu $\begin{array}{l}\text{A quadratum.}\\ +\text{E quadrato}\\ +\text{A in E.}\end{array}$

$\dfrac{\text{A cubus in E.} - \text{E cubo in A.}}{\text{A} - \text{E}}$ id est $\begin{array}{l}\text{A quadratum in E}\\ +\text{E quadrato in A.}\end{array}$ æquabitur Z solido.

Est igitur Z solidum quod fit ab aggregato laterum, in planum sub lateribus, & oritur ex differentiæ ipsorum factorum, reciproce à cubo vnius lateris in latus alterius, applicatione ad differentiam ipsorum laterum: vt est quoque constitutum.

Constitutio igitur propositarum æquationum tandem ex Syncrisi agnita est: vt faciendum erat.

Placeat ex hibere formulam æquationis Ancipitis quadraticæ, de Radice F & G, hac minore, illa maiore explicabilis.

dixero $\left.\begin{array}{l}\text{F} + \text{G in A}\\ -\text{A quadrato}\end{array}\right\}$ æquari F in G: & fieri A, F vel G.

Sit F 10. G 2. A 1 N. formula æquationis erit 12 N. — 1 Q. æquabitur 20. explicabilis de 10. vel 2.

Placeat exhibere formulam æquationis cubi negati de homogeneo adfectionis sub latere, vt sit Radix de F vel G explicabilis.

dixero $\left.\left.\begin{array}{l}\text{F quadratum}\\ +\text{G quadrato}\\ +\text{F in G.}\end{array}\right\}\text{in A}\ \begin{array}{l}\\ \\ -\text{A cubo.}\end{array}\right\}$ æquari $\left\{\begin{array}{l}\text{F in G quad.}\\ +\text{G in F quad.}\end{array}\right.$ & fieri A, F vel G

Sit F 10 G 2. A 1 N. formula æquationis erit 124 N. — 1 C. æquabitur. 240. explicabilis de 10 vel 2.

In Contradicentibus, coëfficientes sub graduales proficiscuntur ex applicatione differentiæ Potestatum, ad aggregatum eorũ quos sustinent coëfficientes graduum.

Homogenea vero datæ mensuræ, ex applicatione aggregati factorum reciproce, à Potestate Radicis vnius in gradum alterius, ad prædictum cui altera applicatio facta est graduum aggregatum: id autem quoque obiter est demonstrandum.

PROBLEMA. II.

DVarum contradicentium æquationum constitutionem ex Syncrisi agnoscere.

Proponatur A potestas. + B coefficiente in A gradũ } æquari Z homogeneo.

Et rursus E potestas — eadẽ B coefficiẽte in E gradũ } æquari eidẽ Z homogeneo.

Vnde par existit gradus & par Potestas: oportet ex Syncrisi earum æquationum constitutionem agnoscere.

Quoniam igitur quæ vni æquantur æqualia sunt inter se, manifestum est.

A potestatem + B coefficiente in A gradum } æquari { E potestati — B coefficiente in E gradum.

& per Antithesin E potestatem — A potestate } æquari { B coefficienti in E gradum + B coefficiente in A gradum.

Itaque omnibus per E gradum + A gradu diuisis.

$\frac{\text{E potestas} - \text{A potestate}}{\text{E gradui} + \text{A gradu}}$ } æquabitur B coëfficienti.

Oritur ergo B coefficiens subgradualis, ex applicatione differentiæ Potestatum, ad aggregatum eorum quos sustinet coefficiẽs graduum: vt est constitutum.

Porro quum A potestas. + B coefficiente in A gradum. } æquetur Z homogeneo.

In locum B coefficientis, subrogetur iam agnitus eius valor, videlicet $\frac{\text{E potestas} - \text{A potestate}}{\text{E gradui} + \text{A gradu}}$ } & eà subrogatione æquatio reformetur.

ergo A potestas plus $\frac{\text{E potestate} - \text{A potestate} \text{ in A gradum}}{\text{E gradui} + \text{A gradu}}$ } æqu. Z homogeneo.

hoc est omnib. rite ordinatis. $\frac{\text{A potestas in E grad.} + \text{E potestate in A grad}}{\text{E gradui} + \text{A gradu}}$ } æq. Z. homogen.

Oritur ergo Z homogenea, ex applicatione aggregati factorum reciprocè a Poteſtate Radicis vnius, in gradū alterius, ad prædictū cui altera applicatio facta eſt graduum aggregatum : vt eſt ſecundo loco enunciatum.

Iu Inuerſis plane negatis, coefficientes ſubgraduales proficiſcūtur ex applicatione aggregati Poteſtatum, ad aggregatum eorum in quos coefficiens eſt graduum.

Homogenea vero datę menſuræ, ex applicatione differentiæ factorum reciprocè à Poteſtate Radicis vnius, in gradum alterius, ad prædictum cui altera applicatio facta eſt graduum in quos coefficiens ſubgradualis eſt, aggregatum.

Idem quoque obiter eſt demonſtrandum.

PROBLEMA. III.

DVarum Inuerſarum æquationum conſtitutionem, ex Syncriſi agnoſcere.

Proponatur { A poteſtas. — B coefficiente in A gradum. } ęquari z homogeneo.

& rurſus eadē { B coefficiens in E gradum. — E poteſtate. } æquari eidem z homog.

Vnde intelligantur A & E pares gradus, atque adeo pares Poteſtates: Oporteat autem æqualitatum harū conſtitutionem agnoſcere. Quoniam igitur quę vni ęquantur æqualia ſunt inter ſe, manifeſtum fit ex ijs quæ proponuntur.

{ A poteſtatem — B coefficiente in A gradum. } æquari { B coefficienti in E gradum. — E poteſtate }

& per Antitheſin { A poteſtatem + E poteſtate. } æquari { B coefficienti in A gradum. + B coefficiente in E gradum. }

Itaque omnibus per E gradum + A gradu diuiſis.

{ (A poteſtas. + E poteſtate.) / (A gradui + E gradu) } æquabitur B coëfficienti.

Idipſum autem eſt quod primo loco enunciatur.

Porro quum { A poteſtas. — B coefficiēte ſubgraduali in A grad. } ęquetur z homog.

In locum B coefficientis, ſubrogetur æquus valor, videlicet.

{ (A poteſtas + E poteſtate.) / (A gradui. + E gradu.) } igitur A poteſtas minus { (A poteſtate in A gradum. + A poteſtate in E gradum.) / (A gradui + E gradu.) }

æquabitur z homogeneo: hoc est omnibus rite ordinatis.

A potestas in E gradum.
— E potestate in A gradum.
A gradui.
+ E gradu.
} æquabitur z homogeneo.

Quod ipsum est quod secundo loco enunciatur.

In Inuersis autem quarum vna per adfirmationem adficitur, altera per negationem, coefficientes subgraduales proficiscuntur ex applicatione aggregati Potestatum ad differentiam eorum, in quos coefficiens est graduum.

Homogenea vero datæ mensuræ, ex applicatione aggregati factorum reciproce, a Potestate Radicis vnius in gradum alterius, ad prædictam cui altera applicatio facta est graduum in quos coefficiens est, differentiam. Id autem quoque obiter est demõstrandũ.

Proponatur si quidẽ A potestas. + B coefficiẽte in A gradũ } æquari z homogeneo.

Et rursus eadẽ B coefficiẽs in E gradũ. — E potestate. } æquari eidẽ Z homogeneo.

Vnde intelligantur A & E pares gradus, atque adeo pares Potestates: oporteat autem æqualitatum harum constitutionem agnoscere. Quoniam igitur quæ vni æquantur, æqualia sunt inter se, manifestum fit ex iis quæ proponuntur.

A potestatem
+ E potestate.
} æquari {
B coefficienti in E gradum.
— B coefficiente in A gradum.

Itaque omnibus per E gradum, minus A gradu diuisis.

E potestas
+ A potestate.
E gradui.
— A gradu.
} æquabitur B coefficienti.

Quod ipsum est quod primo loco enunciatur.

Porro quũ A potestas. + B coefficiente in A gradum. } æquetur z homogeneo:

In locũ B coefficiẽtis subgrad. subrogetur æquus valor, videlicet

E potestas
+ A potestate
E gradui
— A gradu.

igitur A potestas plus
E potestate
+ A potestate
} in A gradum.
E gradui.
— A gradu.
} æqu. z homogeneo.

hoc est omnib. rite ordinatis.
A potestas in E grad.
+ E potestate in A grad
E gradui.
— A gradu.
} æq. z. homogen.

Quod ipsum est quod secundo loco enunciatur.

Et ancipites quidem dicimus omnino & in omni Poteſtatum ordine efficaces, quoniam agnita ſemel magiſtra, liberior eſt ad comitem tranſitus, vt ex zeteticis clarum eſt.

At Contradicentes & Inuerſæ, interdum efficaces ſunt, interdum minimè, idque è gradu Poteſtatis definitur, vt pote Contradicentes ſub latere, ita demum ſunt efficaces, ſi hærent in quadrato, vel Poteſtatibus exinde alternis, videlicet, quadrato-quadrato, cubo-cubo: & eo continuo ordine.

In baſe autem & Poteſtatibus exinde alternis, videlicet cubo, & quadrato-cubo, & eo continuo ordine, cenſemus pigras & inefficaces: quoniam nihil ſolatii præſidiiue afferunt Analyſtæ, quô ſibi pateat ad ἀντιβαλλόμενας facilior fæliciorue aditus.

Vt contra, Inuerſæ ſub latere, quum vtraque negata eſt, efficaces ſunt ſi hærent ſub cubo, quadrato-cubo, &c.

Cauſa eſt, quod quando differentia poteſtatum applicatur ad differentiam Radicum, quæ inde oritur magnitudo, æqua fit effectis continuè proportionalibus ab Radicibus iiſdem, ſerie vndique affirmata, in quocunque Poteſtatum ordine, ſecundum ea quæ expoſita ſunt in Capite de Geneſi poteſtatum à Binomia Radice.

At quum differentia Poteſtatum applicatur ad aggregatū Radicum, quæ inde oritur magnitudo, æqua fit effectis continuè proportionalibus proſaphæreticè alterne tantummodo, quum Poteſtates ſunt cubi, quadrato-cubi, & eo deinceps ordine in cedentes alterne.

Cæterum dum aggregatum Poteſtatum applicatur ad differentiam Radicum, nulla inde occurrit magnitudo æqua proportionalibus continuè effectis, ſiue per gradus ſcalæ numero pares, ſiue impares, Climacticæ magnitudines procedant.

Syncriticæ Doctrinæ Geometrica Phraſis.

CAP. XVII.

HÆc autem Syncritica iudicia, exornantur & expoliuntur per aliquot analogias, quibus excitatur Geometrica Mechanice, ac euidentior fit & paratior.

PROPOSITIO. I.

SI fuerit ſeries trium proportionalium: eſt vt prima ad tertiam, ita quadratum é prima, ad quadratum è ſecunda.

Et ſi quatuor; Eſt vt prima ad quartam, ita cubus é prima, ad cubum è ſecunda.

Et ſi quinque: eſt vt prima ad quintam, ita quadrato-quadratum e prima, ad quadrato-quadratum e ſecundâ.

Et ſi ſex: eſt vt prima ſextā, ita quadrato-cubus é prima, ad quadrato cubum e ſecunda.

Et ſi ſeptem: eſt vt prima ad ſeptimā, ita cubo-cubus e prima, ad cubo-cubum e ſecunda.

Nam quadratum eſt poteſtas rationis duplicatæ, cubus, triplicatæ, Quadrato quadratum, quadruplicatæ, &c. vt alibi annotatum eſt: itaque Poteſtatibus ſingulis, ſuæ addicuntur proportionalium ſeries, ſecundum earum conditionem.

PROPOSITIO. II.

Si fuerit ſeries trium proportionalium: eſt vt prima ad tertiam, ita aggregatum quadratorum a ſingulis duabus primis, ad aggregatum quadratorum à ſingulis duabus poſtremis.

Et ſi quatuor: eſt vt prima ad quartam, ita aggregatū cuborum a ſingulis tribus primis, ad aggregatum cuborum a ſingulis tribus poſtremis.

Et ſi quinque: eſt vt prima ad quintam, ita aggregatum quadrato-quadratorum a ſingulis quatuor primis, ad aggregatum quadrato-quadratorum a ſingulis duabus poſtremis.

Et ſi ſex: eſt vt prima ad ſextam, ita aggregatum qua-

drato-cuborum a ſingulis quinque primis, ad aggregatum quadrato-cuborum à ſingulis quinque poſtremis.

Et ſi ſeptem: eſt vt prima ad ſeptimam ita aggregatũ cubo-cuborum à ſingulis ſex primis, ad aggregatum cubo-cuborum a ſingulis ſex poſtremis.

Quoniam enim vt prima ad tertiam, ita eſt quadratum primæ ad quadratum ſecundæ, vt vero quadratum primæ ad quadratum ſecundæ, ita quadratum ſecundæ ad quadratum tertiæ: Ergo per Synęreſin, eſt vt prima ad tertiam, ita quadratum primæ plus quadrato ſecundæ, ad quadratum ſecundæ plus quadrato tertiæ. Nec diſſimiliter in reliquis ſeriebus proportionalium & conditionarijs ſecundum rationem extremarum Poteſtatibus, licet arguere & rationari.

PROPOSITIO. III.

SI fuerit ſeries trium proportionalium: eſt vt prima ad tertiam, ita quadratum compoſitæ e duabus primis, ad quadratum compoſitæ é duabus poſtremis.

Et ſi quatuor: eſt vt prima ad quartam, ita cubus cõpoſitæ ex tribus primis, ad cubum compoſitæ ex tribus poſtremis.

Et ſi quinque: eſt vt prima ad quintam, ita quadrato-quadratum compoſitæ é quatuor primis, ad quadrato-quadratum compoſitæ e quatuor poſtremis.

Et ſi ſex: eſt vt prima ad ſextam, ita quadrato-cubus compoſitæ é quinque primis, ad quadrato-cubum compoſitæ é quinque poſtremis.

Et ſi ſeptem: eſt vt prima ad ſeptimam, ita cubo-cubus compoſitæ ex ſex primis, ad cubo-cubum compoſitæ ex ſex poſtremis.

Per Synereſin enim, eſt vt prima ad ſecundam, ita compoſita ex omnibus minus primâ, ad compoſitam ex omnibus minus alterâ

extremâ, quotcunque proportionalium ſit ſeries. In vnaquaque autem ſerie exponitur ſua poteſtas conditionaria: id eſt tantuplicatæ rationis, quam extremarum comparatio exigit.

PROPOSITIO. IIII.

SI fuerit ſeries trium proportionalium: eſt vt prima ad tertiam, ita differentia quadratorum a duabus primis, ad differentiã quadratorũ a duabus poſtremis.

Et ſi quatuor: eſt vt prima ad quartam, ita differentia cuborum à tribus primis alterne ſumptis, ad differentiam cuborum à tribus poſtremis alterne ſumptis.

Et ſi quinque: eſt vt prima ad quintam, ita differentia quadrato-quadratorum à quatuor primis alterne ſumptis, ad differentiam quadrato-quadratorum a quatuor poſtremis alterne ſumptis.

Et ſi ſex: eſt vt prima ad ſextam, ita differentia quadrato-cuborum a quinque primis alterne ſumptis, ad differentiam quadrato-cuborum a quinque poſtremis alterne ſumptis.

Et ſi ſeptem: eſt vt prima ad ſeptimam ita differentia cubo-cuborum a ſex primis alterne ſumptis, ad differentiam cubo-cuborum a ſex poſtremis alterne ſumptis.

PROPOSITIO. V.

SI fuerit ſeries trium proportionalium: eſt vt prima ad tertiam, ita quadratum differentiæ duarum primarũ, ad quadratum differentiæ duarum poſtremarum.

Et ſi quatuor: eſt vt prima ad quartam, ita cubus differentiæ trium primarum alterne ſumptarum, ad cubum differentiæ trium poſtremarum alterne ſumptarum.

Et ſi quinque: eſt vt prima ad quintam, ita quadrato-quadratum differentiæ quatuor primarum alterné ſumptarum, ad quadrato-quadratum differentiæ quatuor poſtremarum alterné ſumptarum.

Et ſi ſex: eſt vt prima ad ſextam, ita quadrato-cubus differentiæ quinque primarum alterné ſumptarum, ad quadrato-cubum differentiæ quinque poſtremarum alterné ſumptarum.

Et ſi ſeptem: eſt vt prima ad ſeptimam, ita cubo-cubus differentiæ ſex primarum alterné ſumptarum, ad cubo-cubum differentiæ ſex poſtremarum alterne ſumptarum.

PROPOSITIO. VI.

SI fuerint quatuor continué proportionales, ſolidum compoſitum ex cubo quartæ, & triplo cubo ſecundæ, differt a ſolido compoſito ex cubo primæ & triplo cubo tertiæ, per cubum differentiæ extremarum.

Sint quatuor continuè proportionales B, D, F, G, & ſit G maior extrema, dico

$$\left.\begin{array}{r} \text{G cubum.} \\ +\text{D cubo ter} \\ -\text{B cubo} \\ -\text{F cubo ter.} \end{array}\right\} \text{æquari G} - \text{B cubo.}$$

Enim-vero G — B cubus cõſtat

$$\left.\begin{array}{r} \text{G cubo} \\ -\text{B in G qu. ter} \\ +\text{B qu. in G ter} \\ -\text{B cubo.} \end{array}\right\} \begin{array}{c} \text{cõparetur} \\ \text{autem} \end{array} \left\{\begin{array}{r} \text{G cub.} \\ +\text{D c. ter} \\ -\text{B cub.} \\ -\text{F c. ter} \end{array}\right.$$

Super eſt vt

$$\left.\begin{array}{r} \text{B quadratum in G ter} \\ -\text{B in G quadratum ter} \end{array}\right\} \text{æquetur} \left\{\begin{array}{r} \text{D cubo ter.} \\ -\text{F cubo ter.} \end{array}\right.$$

Id autem ita ſe habet, nam B quadratum in G eſt D cubus, & B in G quadratum, F cubus.

PROPOSITIO. VII.

SI fuerint quatuor continué proportionales, ſolidum compoſitum ex cubo quartæ & triplo cubo ſecundę, adiunctum ſolido compoſito ex cubo primæ & triplo cubo tertiæ, æquatur cubo aggregati extremarum.

Eadem enim viget quæ in antecedente Theoremate demonſtratio.

Æquationum Ancipitum conſtitutiua.

CAP. XVIII.

AGnitæ per Syncriſin ancipites æquationes, aut Plaſmatis reſolutione, aut denique zeteſeos vi, iſto modo fere ſe habent.

De affectis ſub depreſſiore gradu, ſeu Latere.

PROPOSITIO. I.

Si B in A
— A quadrato, } æquetur Z plano.

Eſt B compoſita e duobus lateribus, ſub quibus quod fit rectangulum, æquum eſt Z plano, & fit A latus maius minuſue.

Sunto duo latera 2. *&* 10. *dicetur* 12. N. — 1 Q *æquari* 20. *& fiet* 1 N. 2. *vel* 10.

PROPOSITIO. II.

Si B planũ in A
— A cubo } æquetur Z ſolido.

Eſt B planum compoſitum ex quadratis trium proportionaliũ; & Z ſolidum quod fit ductu alterius extremæ in aggregatum quadratorum à reliquis, & fit A prima vel tertia.

Sunto proportionales. 2. *l.*20. 10. *dicetur* 124 N.—1 C. *æquari* 240. *& fit* 1 N. 2. *vel* 10.

PROPOSITIO. III.

Si B solidum in A
—A quadrato-quadrato. } æquetur Z plano-plano.

Est B solidum compositum ex cubis quatuor continuè proportionalium: & z plano-planum quod fit ductu alterius extremæ, in aggregatum cuborum a tribus reliquis: & fit A prima vel quarta.

Sunto continuè proportionales. 2. *lc.*40. *lc.*200. 10.
Dicetur 1,248 N.—1 QQ. *æquari* 2,480. *& fiet* 1 N. 2. *vel* 10.

PROPOSITIO. IV.

Si B plano-planum in A
—A quadrato-cubo } æquetur z plano-solido.

Est B plano-planum compositum ex quadrato-quadratis quinque continuè proportionalium: & z plano solidum quod fit ductu alterius extremæ in aggregatum quadrato-quadratorum a quatuor reliquis: & fit A prima vel quinta.

Sunto continuè proportionales 2. *l*QQ.80. *l.*20. *l*QQ.2,000. 10.
Dicetur 12,496 N.—1 QC. *æquari.* 24,960. *& fiet* 1 N. 2, *vel* 10.

PROPOSITIO. V.

Si B plano-solidum in A.
A cubo-cubo. } æquetur z solido-solido.

Est B plano-solidum compositum ex quadrato-cubis sex continue proportionalium: & z solido-solidum quod fit ductu alterius extremæ in aggregatum quadrato-cuborum a quinque reliquis: & fit A prima vel sexta.

Sunto continuè proportionales:
2. *l.*QC.160. *l.*QC.800. *l.*QC.4,000. *l.*QC.20,000. 10.
Dicetur, 124,992. N.—1 CC. *æquari* 249,920. *& fit* 1 N. 2. *vel* 10.

De affectis sub elatiore gradu, seu Lateri reciproco.

PROPOSITIO VI.

Si B in A quadratum, —A cubo } æquetur Z solido.

Est B composita ex tribus proportionalibus, & z solidũ quod fit ductu alterius extremæ, in quadratum compositæ è duabus reliquis: & fit A composita è duabus primis: vel è duabus postremis.

Sint proportionales, 1. 2. 4.

Dicetur 7 Q.—1 C. *æquari* 36. *& fit* 1 N. 3. *vel* 6.

PROPOSITIO. VII.

Si B in A cubum — A quadrato-quadrato. } æquetur Z plano-plano.

Est B composita ex quatuor continuè proportionalibus, & z plano planum, quod fit ductu alterius extremæ in cubum compositæ e tribus reliquis: & fit A, composita e tribus primis, vel è tribus postremis.

Sint continue proportionales 1. 2. 4. 8.

Dicetur 15 C.—1 QQ. *æquari* 2,744. *& fiet* 1 N. 7. *vel* 14.

PROPOSITIO. VIII.

Si B in A quadrato-quadratum. — A quadrato-cubo. } æquetur z plano-solido.

Est B composita ex quinque continuè proportionalibus: & z plano-solidũ quod fit ductu alterius extremæ in quadrato-quadratum compositæ e quatuor reliquis: Et fit A composita ex quatuor primis vel quatuor postremis.

Sint continue proportionales 1. 2. 4. 8. 16,

31 QQ.—1 QC *æquabitur* 810,000. *& fit* 1 N. 15. *vel* 30.

PROPOSITIO. IX.

Si B in A quadrato-cubum
— A cubo-cubo. } æquetur Z solido-solido.

Est B composita ex sex continue proportionalibus, & Z solido-solidum quod fit ductu alterius extremæ in quadrato-cubum cōpositæ a reliquis: & fit A composita ex quinque primis vel e quinque postremis.

Sint continuè proportionales 1. 2. 4. 8. 16. 32.
63 Q C. — 1 C C. *aquatur.* 9 16, 1 32, 8 32. *& fit* 1 N. 31. *vel* 62.

De affectis sub gradibus intermediis quæ per interpretationem deprimuntur.

PROPOSITIO. X.

Si B planum in A quadratum.
— A quadrato-quadrato. } æquetur Z plano-plano.

Est B planum compositum ex duobus quadratis duorum laterum, quorum primi ductu in secundum fit Z plano-planum: & fit A quadratum maius duorum, minusue.

Sint latera 1. 4. *dicetur* 17 Q. — 1 Q Q *æquari* 16. *& fit* 1 N. 1. *vel* 4.
Quod si vnus numerus intelligatur quadratum, Radixue plana.
17 N. — 1 Q. *æquabitur* 16. *& fit* 1 N. 1. *vel* 16.

PROPOSITIO. XI.

Si B solidum in A cubum.
— A cubo-cubo. } æquetur Z solido-solido.

Est B solidum compositum ex duobus cubis, quorum primi ductu in secundum fit Z solido-solidum, & fit A cubus maior duorum minorue.

Sunto latera 1. 8. *dicetur* 513 C. — 1 C C. *æquari* 512. *& fit* 1 N. 1. *vel* 8.
Quod si 1 N. *intelligatur cubus Radixue solida,* 513 N. — 1 Q. *æquabitur* 512. *& fit* 1 N. 1 *vel* 512.

PRO-

PROPOSITIO. XII.

Si B plano-planum in A quadratum, — A cubo-cubo. } æquetur Z solido-solid.

Est B planum compositum ex quadratis trium planorum proportionalium, & z solido-solidum quod fit ab vno plano in aggregatum quadratorum à duobus reliquis planis: & fit A quadratum, maius minusue.

Sunto tria plana proportionalia. 1. 2. 4.

Dicetur. 21 *Q.* — 1 *C C. æquari* 20. *& fit* 1 N. 1. *vel* 2.

Quod si 1 N. *intelligatur quadratum Radixue plana,* 21. N. — 1 *C. æquabitur* 20. *& fiet* 1 N. 1. *vel* 4.

PROPOSITIO. XIII.

Si B planum in A quadr. quadratum, — A cubo-cubo. } æquetur z solido-solido.

Est B planum compositum a tribus planis proportionalibus, & z solido-solidum quod fit ab vno plano, in quadratũ compositi ex duobus reliquis: & fit A quadratum, maius duorum minusue.

Sint tria proportionalia plana 5. 20. 80.

Dicetur 105 *Q Q.* — 1 *C C. æquari* 50,000. *et fit* 1 N. 5. *vel* 10.

Inuentio autem trium planorum proportionalium, quorum medium adscito siue primo siue postremo, sit quadratum numero, patet ex hac serie.

$$\frac{B\ \text{quadrato-quadratum.}}{B\ \text{quadrato} + G\ \text{quadrato}} \qquad \frac{B\ \text{quad. in } G\ \text{quad.}}{B\ \text{quad.} + G\ \text{quad.}} \qquad \frac{G\ \text{quad. quad.}}{B\ \text{quad.} + G\ \text{quad.}}$$

Dictante videlicet zetesi.

Sit enim medium planorum E planum: & primum statuatur B quadratum minus E plano, postremum, G quadratum minus E plano: quum igitur primo plano addetur E planum, fiet quadratũ, nempe B quadratum: restat igitur vt ea tria plana proportionalia sint, & consequenter quod a medio fit in se, æquetur ei quod fit ab extremis, quâ comparatione secundum artem initâ.

$$\frac{B\ \text{quad. in } G\ \text{quad.}}{B\ \text{quad.} + G\ \text{quad.}}$$ Inuenitur æquari E plano.

Sit B 1. G 2. plana quæſita erunt $\frac{1}{5}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{16}{5}$

Medium adſcito primo facit 1. adſcito vero ſecundo 4. eadem plana ducantur in aliquod quadratum vt pote 25. fiunt 5. 20. 80. qualia ad exemplum adſumpta ſunt.

De reliquis.

PROPOSITIO. XIIII.

Si B ſolidum in A quad. } æquetur z plano-ſolido.
—A quadrato-cubo

Eſt B ſolidum conſtans cubo compoſitæ è duabus primis in ſerie trium proportionalium, plus cubo compoſitæ è duabus poſtremis, & inſuper ſolido, quod fit ductu alterius extremarum in quadratum compoſitæ ex ſecunda & tertia.

Et z plano ſolidũ quod fit â B ſolido minus cubo à duabus primis, in quad. cõpoſitæ ex prima & ſecunda, vel a cubo compoſitæ ex ſecunda & tertia, plus ſolido ſub tertia, & quadrato compoſitæ ex prima & ſecũda, in quadratum compoſitæ ex prima & ſecunda:

Et fit A compoſita ex duabus primis, vel compoſita ex duabus poſtremis.

Sint proportionales 1. 2. 4. 279 Q. — 1 Q C *æquabitur* 2,268. *& fiet* 1 N. 3. *vel*. 6.

PROPOSITIO. XV.

Si B planum in A cubum. } æquetur z plano-ſolido.
—A quadrato-cubo.

Eſt B planum conſtans quadrato compoſitæ à tribus primis in ſerie quatuor cõtinuè proportionalium, plus quadrato compoſitæ è tribus poſtremis, minus plano quod fit â tertia, in compoſitam ex tertia, ſecunda, & prima: vel à ſecunda in compoſitam ex ſecunda, tertia & quartâ.

Et Z plano-ſolidum quod fit à B plano, minus quadrato compoſitæ ex tribus primis, in cubum compoſitæ è tribus poſtremis: vel abs B plano, minus quadrato compoſitæ ex tribus poſtremis, in cubum compoſitæ ex tribus primis, & fit A compoſita ex tribus primis, vel compoſita ex tribus poſtremis.

Sint proportionales continuè 1. 2. 4. 8.

217 C — 1 Q C. *æquabitur* 57,624. *& fit* 1 N. 7. *vel* 14.

Æqualitatum Contradicentium Constitutiua.

CAP. XIX.

Contradicentium autem constitutio est huiusmodi.

PROPOSITIO. I.

Si A quadratum
+ B in A. } æquetur Z plano.

Et rursus } E quadratum
— B in E } æquetur z plano.

Sunt duo latera quorum differentia est B, quod autem sub eis fit, æquum est z plano, & fit A minus latus & maius.

Sunto latera 1. 2. 1 Q. + 1 N. *æquatur* 2. *& fit* 1 N. 1.

Rursus 1 Q — 1 N. *æquabitur* 2. *& fit* 1 N. 2.

PROPOSITIO. II.

Si A quadrato-quadratum
+ B solido in A. } æquetur z plano-plano.

Et rursus } E quadtato-quadr.
— B solido in E } æquetur z plano-plano.

Sunt quatuor continuè proportionales, a quibus cubi alternè sumpti differunt per B solidum. Fit autem z plano-planum, ductu alterius extremæ in differentiam cuborum a reliquis alterne sumptorum: & est A prima minor inter extremas, E quarta.

Sunto continuè proportionales 1. *lc.*2. *lc.*4. 2.

1 QQ + 5 N. *æquabitur* 6. *& fit* 1 N. 1.

Rursus 1 QQ — 5 N. *æquabitur* 6 *& fit* 1 N. 2.

PROPOSITIO. III.

Si A cubo-cubus.
+ B plano solido in A. } æquetur z solido-solido.

E cubo-cubus.
&rursus — B plano-solido in E } æquetur z solido-solido.

Sunt sex continuè proportionales, a quibus quadrato-cubi alterne sumpti, differunt per B plano-solidum. Fit autem z solido-solidum, ductu alterius extremæ in differentiam quadrato-cuborũ a reliquis alterne sumptorum, & est A prima minor inter exrremas, E sexta.

Sunto proportionales continuè 1. lQC.2. lQC.4. lQC.8. lQC.16. 2.
1 C C. + 21 N. *æquatur* 22. *& fit* 1 N. 1.
Etrursus 1 C C. — 21 N. *æquabitur* 22. *& fit* 1 N. 2.

PROPOSITIO IIII.

Si A quadrato-quadratum.
+ B in A cubum. } æquetur z plano-plano.

Etrursus E quadrato-quadratum
— B in E cubum. } æquetur z plano-plano.

Sunt quatuor continue proportionales, quarum alterne sumptarum differentia est B: & fit z plano-planum, ductu vtriusuis extremæ, in cubum differentiæ reliquarum alterne sumptarum, & dum intelligitur prima, minor inter extremas, est A differentia alterne sumpta trium primarum, E differentia trium postremarum.

Sunto proportionales continuè 1. 2. 4. 8.
1 QQ. + 5 C. *æquabitur* 216. *& fit* 1 N. 3.
Etrursus 1 QQ. — 5 C. *æquabitur* 216. *& fit* 1 N. 6.

PROPOSITIO. V.

Si A cubo-cubus
+ B in A quadrato-cubum } æquetur z solido-solido.

Etrursus E cubo-cubus.
— B in E quadrato-cubum } æquetur z solido-solido.

Sunt sex continne proportionales, quarum alterne sumptarum differentia est B: fit autem z solido-solidum, ductu vtriusuis extremæ in quadrato-cubum differentię reliquarum alterne sumptarũ, & dum intelligitur prima, minor inter extremas, fit A differentia alterne sũpta quinq; primarũ, & E differẽtia quinq; postremarum.

Sunto continuè proportionales. 1. 2. 4. 8. 16. 32.
1 CC. + 21 QC. *æquatur* 5,153,632. *& fit* 1 N. 11.
Et rurſus 1 cc. — 21 QC. *æquabitur* 5,153,632. *& fit* 1 N. 22.

Æqualitatum Inuerſarum Conſtitutiua.

CAP. XX.

Inuerſarum denique Syſtatica ſunt hæc.

PROPOSITIO. I.

Si B planũ in A
— A cubo } æquetur Z ſolido.

& rurſus { E cubus
— B plano in E } æquetur Z ſolido.

Sunt tres proportionales, a quibus quadrata alterne ſumpta, differunt per B planum: fit autem z ſolidum, ductu alterius extremæ in differentiam quadratorum a reliquis: & eſt A prima minor inter extremas, E tertia.

Sunto proportionales 1. *l*.2. 2.
3 N. — 1 C *æquabitur* 2. *& fit* 1 N. 1.
Et rurſus 1 c — 3 N. *æquabitur* 2. *& fit* 1 N. 2.

PROPOSITIO. II.

Si B plano-planũ in A
— A quadrato-cubo. } æquetur z plano-ſolido.

Et rurſus { E quadrato-cubus
— B plano-plano in A } æquetur z plano-ſolido.

Sunt quinque continue proportionales longitudines, a quibus quadrato-quadrata alterne ſumpta, differunt per B plano-planum. Fit autem z plano-ſolidum, ductu alterius extremæ in differentiam quadrato-quadratorum a reliquis alterne ſumptis : & fit A prima minor inter extremas, E quinta.

Sint continue proportionales 1, *l*.QQ.2. *l*QQ.4. *l*QQ.8. 2.
11 N. — 1 QC. *æquatur* 10. *et fit* 1 N. 1.
Et rurſus 1 QC. — 11 N. *æquatur* 10. *et fit* 1 N. 2.

PROPOSITIO. III.

Si B in A quadratum
+ A cubo. } æquetur z ſolido.
& rurſus } B in E quadratum
— E cubo. } æquetur z ſolido.

Sunt tres proportionales, quarum alternè ſumptarum differentia eſt B: fit autem z ſolidum ductu alterutrius extremæ in quadratum differentiæ reliquarum alterne ſumptarum: & dum intelligitur prima, minor inter extremas, eſt A differentia alterné ſumpta duarum primarum, E differentia duarum poſtremarum.

Sunto proportionales, 1. 2. 4.
3 Q + 1 C *æquatur* 4. *& fit* 1 N. 1.
Et rurſus 3 Q — 1 C. *æquatur* 4. *& fit* 1 N. 2.

PROPOSITIO. IV.

Si B in A quadrato-quadratum
+ A quadrato-cubo. } æquetur z plano-ſolido.
& rurſus } B in E quadrato-quadratum.
— E quadrato-cubo. } æquetur z pl. ſolido.

Sunt quinque proportionales, quarum alternè ſumptarum differentia eſt B: fit autem Z plano-ſolidum ductu alterutrius extremæ in quadrato-quadratum differentiæ reliquarum alterne ſumptarum: & dum intelligitur prima, minor inter extremas, eſt A differentia alterne ſumpta quatuor primarum, E differentia quatuor poſtremarum.

Sunto proportionales 1. 2. 4. 8. 16.
11 QQ. + 1 QC. *æquatur* 10, 000. *& fit* 1 N, 5.
Et rurſus 11 QQ — 1 QC. *æquatur* 10, 000. *& fit* 1 N. 10.

PROPOSITIO. V.

Si B planum in A cubum.
+ A quadrato-cubo. } æquetur z plano-ſolido.
& rurſus } B planum in E cub.
— E quadrato-cubo. } æquetur Z plano-ſolido.

Sunt ſex proportionales continue, quarum extremæ ductæ in differentiam quartæ & primæ, faciunt B planum: fit autẽ Z pl. ſolid. ex cubo differentiæ quartæ & primæ, in B pl. plus eiuſdem differentiæ quadrato: vel ex cubo differentiæ quintæ & ſecundę in B planũ, multatum illius differentiæ inter quintã & ſecundã quad. & quum prima intelligitur minor inter extremas, fit A differentia quartæ & primæ, & E differentia quintæ & ſecundæ.

Sunto proportionales 1. 2. 4. 8. 16. 32.

231 C + 1 QC *æquatur* 96,040, *& fit* 1 N. 7.

Et rurſus 231 C — 1 QC. *æquatur* 96,0 40. *& fit* 1 N. 14.

PROPOSITIO. VI.

Si B ſolidum in A quad. + A quadrato-cubo. } æquetur Z plano-ſolido.

& rurſus B ſolidum in E quadratum — E quadrato-cubo. } æquetur Z plano-ſolido.

Sunt ſex proportionales continue, quarum extremæ ductæ in quadratum a differentiâ tertiæ & primæ, faciunt B ſolidum: fit autem Z plano-planum à B ſolido, plus cubo à differentia tertiæ & primæ, in quadratum differentiæ eiuſdem, vel a B ſolido minus cubo a differentia ſecundæ, & quartæ, in quadratum differentiæ illius inter ſecundam et quartam, et quum prima intelligitur minor inter extremas, fit A tertia minus primâ, E quarta minus ſecunda.

Sunto proportionales 1. 2. 4, 8. 16. 32.

297 Q + 1 QC. *æquatur* 2, 916 *& fit* 1 N. 3.

Et rurſus 297 Q — 1 QC. *æquatur* 2, 916 *& fit* 1 N. 6.

Alia rurſus æqualitatum Inuerſarum Conſtitutiua.

CAP. XXI.

PROPOSITIO. I.

Si B planum in A — A cubo } æquetur Z ſolido.

& rurſus E cubus — B plano in E. } æquetur Z ſolido.

Sunt tres proportionales, quarum quadrata iuncta, conficiunt B planum, summa autem extremarum ducta in mediæ quadratũ, vel altera extremarum in aggregatum quadratorum a duabus reliquis, facit z solidum: & fit A alterutra extremarum, E vero earundem summa.

Sunto proportionales 1. 2. 4.

21 N. — 1 C. *æquatur* 20. *& fit* 1 N. 1. *vel* 4.

Et rursus 1 C — 21 N. *æquatur* 20. *& fit* 1 N. 5.

PROPOSITIO. II.

Si B in A quadratum. — A cubo. } æquetur z solido.

& rursus } B in E quadratum + E cubo } æquetur z solido.

Sunt tres proportionales Radices, quarum summa est B, composita autem e duabus primis adiecta compositæ a duabus reliquis, dum ducitur in mediæ quadratum, uel altera extremarum in quadratum compositæ a duabus reliquis, facit z solidum. & fit A alterutra prædictarum compositarum, E media inter extremas.

Sunto propertionalts 1. 2. 4.

7 Q. — 1 C. *æquatur* 36. *et fit* 1 N. 3. *vel* 6.

Et rursus 7 Q. + 1 C. *æquatur* 36. *et fit* 1 N. 2.





FRANCISCI
VIETAE FONTENAEENSIS DE ÆQVATIONVM EMENDATIONE TRACTATVS SECVNDVS.

De Solennibus quinque modis præparandarum Æquationum, aduersus earum in numeris ΔΥΣΜΗΧΑΝΙΑΝ.

Ac Primum.

De Expurgatione per Vncias, quæ Remedium est aduersus Πολυπαθείαν.

CAPVT. I.



AGNITA æquationum constitutione, Analysta ad præparandum eas quæ suam alioquin mechanicẽ respuant, aut demum ægré subeunt, tuto se confert, & sua præparatione efficit εὐμήχανας. & præparandi quidem generalis doctrina est, vt noua zetesis instituatur, vel Plasmatis, aut Syncriseos vestigia repetantur, ac denique nullus non tentetur transmutandi modus: sed non desunt Analystæ singula-

ria & Topica remedia, aduersus vicia quæque æquationum, impedimentaue, quo minus fœliciter siue re, siue numero explicentur: fere autem quæ prosunt Geometræ ad εὐμηχανίαν, prosunt & Arithmetico, vel etiam è contrâ. At etiam de effectionibus Geometricis dicetur specialius suo loco: nunc autem circa numerosam Analysin magis esse intentum, nostri est instituti.

Præparationum igitur præsertim in numeris, solennes & speciales modi sunt fere quinque.

I. Expurgatio per Vncias.

II. Transmutatio Πρῶτον ἔσχατον.

III. Anastrophe.

IIII. Isomęria.

V. Climactica Paraplerosis.

Omnino aduersus πολυπαθείαν tutissimum ac paratissimum remedium est, Expurgatio per Vncias.

Est autem species transmutationis per additionem, vel subductionẽ. Hâc æquationes Potestatum adfectarum sub extremo paradico gradu, quem sustinet coefficiens Radici homogenea, regulariter eâ adfectione liberantur, saluâ numerorum Symmetria. & in quadratis est Diahemisy, in cubis Diatritemorion, in quadrato-quadratis Diatetartemorion, in quadrato-cubis Diapentemoriõ, in cubo cubis, Diectemorion, & eo in infinitum ordine: quoniam adfectiones sub eo gradu, proficiscuntur à cremento, decrementoue, quo intelligitur adfecta Radix de quâ, cuiusue Potestate, purâ vel adfectâ, primum proponebatur ęquatio.

Huius autem crementi decrementiue duplum, est coefficiens sub latere in quadratis: & triplum, coefficiens sub quadrato in cubis: & quadruplum, coefficiens sub cubo in quadrato-quadratis: & quintuplum coefficiens sub quadrato-quadrato, in quadrato-cubis: & sextuplum denique, coefficiens sub quadrato-cubo, in cubo-cubis: & eo in infinitum ordine.

Itaque ad delendum Plasma, contraria retrogradaque viâ sumuntur Vnciæ conditionariæ coefficientium Radici homogenearum: in quadratis videlicet, semis, in cubis triens, in quadrato-quadratis quadrans, in quadrato-cubis quintans, in cubo-cubis sextans, & eo continuo ordine: atque illis vncijs conditionarijs

adficitur Radix, atque adeo arte fit transmutatio.

Totius itaque operis structura, tres casuum differentias admittit.

Primo, sit A Potestas adfecta per adiunctionem homogenei sub B coefficiente, & A Parodico extremo gradu: quoniam igitur ea adfectio affirmata est, adficietur Radix affirmate a conditionarijs B coefficientis vncijs, & ita adfecta, statuetur E, vnde E minus conditionarijs B coefficientis vncijs, æquabitur A, sub qua noua specie, æquatio primum proposita dirigetur, & ordinabitur noua, quæ omnino eueniet immunis ab adfectione sub gradu extremo: vt opus comprobabit.

Secundo: sit A Potestas adfecta per multam homogenei sub B coefficiente, & A extremo Parodico gradu: quoniam igitur ea adfectio negata est, adficietur A negate a conditionarijs B coefficiētis vncijs, & ita adfecta statuetur esse E, vnde E plus conditionariis illis B coefficientis vncijs æquabitur A, sub quâ nouâ specie, æquatio primam proposita dirigetur & ordinabitur noua, quæ omnino eueniet immunis ab adfectione sub gradu extremo: vt opus comprobabit.

Postremô: sit homogeneum sub B coefficiente, & A extremo gradu, adfectum per multam A Potestatis, quoniam igitur Potestas potius adficit quam adficitur, vt pote quæ negatur de homogeneo adfectionis, conditionariæ B coefficientis vnciæ multabuntur A Potestate, & statuentur esse E, vnde eædem B coefficientis vnciæ minus Radice E, æquabuntur A, sub quâ noua specie ęquatio primum proposita dirigetur, & ordinabitur noua, quæ omnino eueniet immunis ab adfectione sub gradu extremo: vt opus comprobabit.

Exemplum in Quadrato.

PRoponatur A quadratum plus B in A, æquari z plano: quoniam igitur in Climacticarum magnitudinum ordine, latus quadrato proxime succedit, proponitur autem hic quadratum adfectum sub latere, omnino æqualitas Plasmatica est, aliundeue effic̄ta: est autem affectio illa adfirmata, itaque Plasma fuit per additionem semissis coefficientis sub latere, prout conditio quadrati, quæ Potestas est rationis duplicitatæ exposcit.

Ad tollendum igitur Plaſma, fiat Expurgatio Diahemiſy: & idcirco A + B eſto E, ergo E — B erit A, & conſequenter quadratum abs E — B adiunctũ plano ſub B bis in E — B, æquabitur z plano, per ea quæ proponuntur: æqualitas igitur de E, ſecundum artem ordinetur: omnibus rite peractis, deprehendetur E quadr. æquari z plano, plus B quadrato: quę quidem noua æquatio, pura eſt ab adfectione ſub latere, quâ primum propoſita æquatio obruebatur: quum autem innoteſcet E, non poterit A ignorari, propter datam inter eas Radices differentiam: præſtat ſi quidem E ipſi A per longitudinem B. quare factum eſt quod oportuit.

Exemplum in cubo.

PRoponatur A cubus plus B in A quadratum ter, plus D plano in A, æquari z ſolido: quoniam igitur in magnitudinum Climacticarum ordine, quadratum cubo proximé ſuccedit, proponitur autem hic cubus adfectus vtique ſub quadrato, omnino æqualitas Plaſmatica eſt, aliundeue effecta. eſt autem adfectio illa adfirmata, quare Plaſma fuit per additionem trientis B coefficientis, prout conditio cubi, quæ Poteſtas eſt rationis triplicatæ, expoſcit. ad tollendum igitur Plaſma, fiat Expurgatio Diatritemorion, & idcirco A + B eſto E, ergo E — B valebit A: & conſequenter, effectus abs E — B cubus, adiunctus ſolido abs B ter in effingendum quoque abs E — B quadratum, ac denique adiunctus ſolido abs D plano in E — B, æquabitur Z ſolido per ea quę proponuntur. æqualitas igitur de E ſecundum artem ordinetur, omnibus rite peractis deprehendetur.

E cubus
+ D plano } in E
— B quadrato ter. } æquari { Z ſolido
+ D plano in B
— B cubo bis.

Quæ quidem noua æquatio pura eſt ab adfectione ſub quadrato, quâ primum propoſita obruebatur: quum autem innoteſcet E, non poterit A ignorari, propter datam inter eas radices differentiam: præſtat ſi quidem E ipſi A, per longitudinem B. quare factum eſt quod oportuit.

Quod ſi proponitur æqualitas Poteſtatis adfectæ per negationem directè, vt quum A quadratum minus B in A bis, æquatur z

plano: vel A cubus minus B in A quadratũ ter, adæquatur Z solido, A — B statuetur esse E, & æqualitas de E, ex positis vestigiis ordinabitur.

Si denique proponitur æqualitas Potestatis adfectæ per negationem inuerse, vt quum B in A bis minus A quadrato, adæquatur Z plano: vel B in A quadratum ter, minus A cubo adæquatur Z solido B — A statuetur esse E, & æqualitas de E, similiter ex positis vestigiis ordinabitur.

Sic quadrata omnia adfecta, reducuntur ad pura: adfecti qualitercunque cubi, ad cubos adfectos tantum sub latere: adfecta qualitercunque quadrato-quadrata, ad quadrato-quadrata adfecta duntaxat sub latere & quadrato: adfecti qualitercunque quadrato-cubi, ad quadrato-cubos adfectos duntaxat sub latere, quadrato & cubo: & eo deinceps ordine.

Credebant autem Antiqui, quoniam hac reductione, æquationes quadraticas omnino expurgabant, & fœliciter explicabant, in vlterioribus quoque Climacticis accidere vt omnino expurgarẽtur, & â Canonicâ purarum resolutione negocium omne Mechanicum deriuare tentarunt, adeo obstinate, vt aliunde methodum explicandi æquationes adfectas, non exquisierint.

Itaq; excruciarunt se frustra, & bonas horas Mathematices quam colebant dispendio, absumpserunt. In summa, Methodus illa explicandi æquationes adfectas quadraticas, non est Catholica: Catholica quidem est methodus expurgandarum ęquationum adfectione singulari, salua numerorum Symmetria, sed non adfectione omni, vt deinceps veterum pertinaciæ non sit inhęrendum.

Iuuat autem de singulis istiusmodi reductionum formulis, singula concepisse Theoremata, & ea in artem & vsum proferre, qualia sunt quæ sequuntur.

De Reductione Quadratorum adfectorum ad pura. Formulæ tres.

I.

Si $\begin{array}{l}\text{A quadratum}\\ + \text{B bis in A}\end{array}$ } ęquetur Z plano.

A + B esto E. igitur E quadratum, æquabitur { $\begin{array}{l}\text{Z plano}\\ + \text{B quadr.}\end{array}$

Consectarium.

Itaque, l. $\left\{ \begin{array}{l} \text{Z plani.} \\ + \text{B quadrato.} \end{array} \right\}$ — B, fit A, de qua primum quærebatur.

Sit B 1. Z planum 20. A 1 N.
1 Q + 2 N. *æquatur* 20. *& fit* 1 N. *l.* 21. — 1.

II.

Si $\left. \begin{array}{l} \text{A quadratum} \\ - \text{B in A bis.} \end{array} \right\}$ æquetur Z plano.

A — B esto E. igitur E quadratum, æquabitur $\left\{ \begin{array}{l} \text{Z plano} \\ + \text{B quadrato.} \end{array} \right.$

Consectarium.

Itaque, l. $\left\{ \begin{array}{l} \text{Z plani.} \\ + \text{B quadrato.} \end{array} \right\}$ + B, fit A, de qua primum quærebatur.

Sit B 1. Z planum 20. A 1 N.
1 Q — 2 N. *æquabitur* 20. *& fit* 1 N. *l.* 21 + 1.

III.

Si $\left. \begin{array}{l} \text{D bis in A} \\ - \text{A quadrato} \end{array} \right\}$ æquetur Z plano.

D — E, vel D + E esto A. E quad. æquabitur. $\left\{ \begin{array}{l} \text{D quad.} \\ - \text{Z plano.} \end{array} \right.$

Consectarium.

Itaque, D. minus, plusue l. $\left\{ \begin{array}{l} \text{D quadrati} \\ - \text{Z plano.} \end{array} \right\}$ fit A. de qua primũ quærebatur.

Sit D 5. Z planum 20. A 1 N
1 0 N. — 1 Q. *æquatur* 20. *& fit* 1 N. 5 — *l* 5, *vel* 5 + *l* 5.

De Reductione Cuborum simpliciter adfectorum sub Quadrato, ad Cubos simpliciter adfectos sub Latere. Formulæ tres.

I.

Si $\left. \begin{array}{l} \text{A cubus.} \\ + \text{B ter in A quadratum.} \end{array} \right\}$ æquetur z solido.

A + B esto E. $\left\{ \begin{array}{l} \text{E cubus} \\ - \text{B quad. ter in E} \end{array} \right\}$ æquabitur $\left\{ \begin{array}{l} \text{Z solido} \\ - \text{B cubo bis.} \end{array} \right.$

1 *C.* + 6 Q *æquatur* 1,600. *est* 1 N. 10.
1 C — 12 N. *æquatur* 1,584 *est* 1 N. 12.

Ad Arithmetica non incongrué σημεῖον aliquod superimponitur

notis alteratæ Radicis, ad differentiam notarum eius, de qua primum quærebatur.

II.

Si A cubus
— B ter in A quadrat. } æquetur z ſolido.

A — B eſto E — E cubus. B quadrato ter in E } æquabitur { [illegible] ſolido. + B cubo bis.

1 C — 6 Q. *æquetur* 400. *eſt* 1 N. 10.
1 C — 12 N. *æquatur* 416. *eſt* 1 N. 8.

III.

Si B ter in A quadratum.
— A cubo } æquetur Z ſolido.

A — B eſto E — B quadratum ter in E. — E cubo } æquabitur { Z ſolido. — B cubo bis.

vel B — A eſto E — B quadratum ter in E. — E cubo } æquabitur { B cubo bis. — Z ſolido.

21 Q. — 1 C *æquatur* 972. *& eſt* 1 N. 9. *vel* 18.
147 N — 1 C *æquatur* 286. *& eſt* 1 N 2 *vel* 11.

9 Q. — 1 C *æquatur* 28. *& eſt* 1 N. 2.
27 N. — 1 C *æquatur* 26. *& eſt* 1 N. 1.

De Reductione Cuborum adfectorum tam ſub Quadrato quam latere, ad Cubos adfectos ſimpliciter ſub Latere. *Formulæ ſeptem.*

I.

Si A cubus
+ B ter in A quadratum
+ D plano in A } æquetur z ſolido.

A + B eſto E + E cubus. + D plano. — B quadrato ter. } in E } æquabitur { Z ſolido. + D plano in B. — B cubo bis.

1 C. + 30 Q. + 330 N. *æquatur* 788. *& eſt* 1 N. 2.
1 C. + 30 N *æquatur* 2,088. *& eſt* 1 N. 12.

1 C + 24 Q. + 132 N. *æquatur* 368. *& eſt* 1 N. 2.
1 C — 60 N. *æquatur* 400. *& eſt* 1 N. 10.

1 C. + 30 Q. + 4 N. *æquatur* 1,320. *& eſt* 1 N. 6.
296 N. — 1 C *æquatur* 640. *& eſt* 1 N. 16.

II.

Si A cubus
+ B ter in A quadratum
— D plano in A.
} æquetur z solido.

A + B esto E. E cubus
— B quadrato 3.
— D plano
} in E } æquabitur { Z solido.
— B cubo-bis
— D plano in B.

1 *C.* + 6 *Q.* — 48 *N. æquatur* 512. *& est* 1 *N.* 8.
1 *C* — 60 *N. æquatur* 400. *& est* 1 *N.* 10.

1 *C* + 30 *Q.* — 48 *N. æquatur* 32. *& est* 1 *N.* 2.
348 *N* — 1 *C. æquatur* 2,448 *& est* 1 *N.* 12.

III.

Si A cubus
— B ter in A quadratum
+ D plano in A
} æquetur z plano.

A — B esto E { E cubus.
— B quadrato ter
+ D plano
} in E } equabitur { Z solido
+ B cubo bis.
— D plano in B.

1 *C* — 30 *Q.* + 330 *N. æquatur* 1,368. *& est* 1 *N.* 12.
1 *C* + 30 *N. æquabitur* 68. *& est* 1 *N.* 2.

1 *C* — 12 *Q* + 28 *N. æquatur* 80. *& est* 1 *N.* 10.
1 *C* — 20 *N. æquatur* 96. *& est* 1 *N.* 6.

1 *C.* — 18 *Q* + 88 *N. æquatur* 80. *& est* 1 *N.* 10.
20 *N.* — 1 *C. æquatur* 16. *& est* 1 *N.* 4.

vel B — A esto E. B quadratum ter.
— D plano.
— E cubo.
} in E } æquabitur { Z solido
+ B cubo bis
— D plan. in B.

1 *C.* — 30 *Q.* + 200 *N. æquatur* 336. *et est* 1 *N.* 6.
100 *N.* — 1 *C æquatur* 336. *et est* 1 *N.* 4.

1 *C* — 30 *Q* + 280 *N. æquatur* 704. *et est* 1 *N.* 4.
1 *C* — 20 *N. æquatur* 96. *et est* 1 *N.* 6

1 *C* — 30 *Q* + 330 *N. æquatur* 1,232. *et est* 1 *N.* 8.
1 *C* + 30 *N. æquatur* 68. *et est* 1 *N.* 2.

IIII.

IV.

Si A cubus. — B ter in A quadratum. — D plano in A. æquetur z solido.

A — B esto E, { E cubus — B quadrato ter. — D plano. } in E } æquabitur { Z solido. + B cubo bis + D plano in B.

1C — 6Q. — 28 N æquetur 120. & est 1 N. 10.

1C — 40 N. æquatur 192. & est 1 N. 8.

V.

Si D planum in A — B ter in A quadratum. — A cubo } æquetur Z solido.

A + B esto E, { D planũ. + B quadrato ter. — E cubo. } in E } æquabitur { Z solido. + B cubo bis. — D plano in B.

100 N. — 30 Q. — 1 C. æquatur 72. & est 1 N. 2.

400 N. — 1 C. æquatur 3,072. & est 1 N. 12.

VI.

Si B ter in A quadratum + D plano in A — A cubo. } æquetur z solido.

A — B esto E, { D planum. + B quadrato ter — E cubo } in E. } æquabitur { Z solido. — D plano in B — B cubo bis.

18 Q. + 92 N. — 1 C. æquatur 1,720. & est 1 N 10.

200 N. — 1 C. æquatur 736. & est 1 N. 4.

vel B — A esto E, { D planum + B quadrato ter. — E cubo. } in E } æquabitur { B cubo bis. + D pl. in B. — Z solido.

30 Q. + 100 N. — 1 C æquatur 1,464. & est 1 N. 6.

400 N — 1 C æquatur 1,536. & est 1 N. 4.

VII.

Si B ter in A quadratum. — D plano in A. — A cubo } æquetur z solido.

A — B esto E, { B quadratũ ter — D plano — E cubo. } in E } æquabitur { Z solido + D plano in B. — B cubo bis.

18 Q. — 78 N. — 1 C æquatur 20. & est 1 N. 10.

30 Q. — 1 C. æquabitur 56. & est 1 N. 4.

12 Q — 18 N. — 1 C æquatur 20. & est 1 N. 10.

1 C — 30 N. æquatur 36. & est 1 N. 6.

vel B — A esto E. — B quadratum ter. — D plano. — E cubo. } in E } æquabitur { B cubo bis — D plan. in B. — Z solido

30 Q — 100 *N*. — 1 C. *æquatur* 264. *et est* 1 *N*. 6.
200 *N*. — 1 C *æquatur* 736. *et est* 1 *N*. 4.

Vt autem expurgatione per Vncias easque simplices, liberantur æquationes adfectione sub gradu qui in Climacticorum ordine Potestatem proxime subsequitur, sic interdum per Vncias triangulares & Pyramidales & ex ijs compositas, possunt æquationes liberari adfectione sub gradibus inferioribus reliquis, considerata coefficiente sub graduali, vt Potestate, suæque Radicis tot Vncias ad sumendo, quot requirit dicta Genesis Potestatum purarum à Binomia Radice. vt enim coefficientes Radici de qua quæritur homogeneæ, per Vncias simplices taxantur, sic homogeneæ Radicis quadrato, per Vncias Triangulares, cubo, per Pyramidales, & eo continuo ordine.

Proponatur A cubus adfectus sub A & B quadrato, sumetur ad expurgationem triens B.

Et si proponatur A quadrato-quadratum adfectum sub A quadrato & B quadrato, sumetur ad expurgationem illius adfectionis sextans B.

Et si proponatur A quadrato-cubus adfectus sub A cubo & B quadrato, sumetur ad expurgationem decima pars B. nempe sunt numeri triangulares. 3. 6. 10. 15.

Proponatur autem A quadrato-quadratum adfectum sub A, & B cubo, sumetur ad expurgationem illius adfectionis quadrans B.

Et si proponatur A quadrato-cubus, adfectus sub A quadrato & B cubo, sumetur ad expurgationem decima pars B. nempe sunt numeri Pyramidales 4. 10. 20. 35.

Quæ quemadmodum ad vlteriora possint aptari, satis fit manifestum. valet autem illa vnciarum Triangularium, Pyramidalium & ex ijs compositarum expurgatio, dum illa ea adfectione qua liberanda proponitur, obruitur æqualitas: in eius autem adfectionis deletæ locum, succedunt adfectiones singulæ sub aliis gradibus reliquis.

De Transmutatione Πρώτον-ἔσχατον, *quæ Remedium eſt aduerſus vicium negationis.*

CAP. II.

ÆQuationes in quibus homogenea adfectionum validiora negantur de Poteſtate, vtiliter per Tranſmutationem Πρώτον-ἔσχατον, emendantur: ea fit per Analogiam rationis implicitæ, applicando homogeneum comparationis ad ipſam Radicem de qua quęritur, vnde oritur incerta alia Radix, ſub cuius ſpecie, æquationem primum propoſitam liceat dirigere, & nouam ordinare.

Sic enim adfectiones illic negatæ, tranſeunt hic in affirmatas, & è contra, ſalua numerorum Symmetria. prodeſt etiam interdum ad Aſymmetrias.

Nomen autem Πρώτον-ἔσχατον ſortita eſt, ab eo ad quem propoſita primum æquatio reuocatur, Analogiſmo: quoniam in eius formula, terminus de quo primum quęrebatur, eſt primus, is qui poſt metamorphoſin primus, fit poſtremus, vel e conuerſo. quæ quoniam ex ipſâ operis formula, facilius percipiuntur.

Proponatur $\left.\begin{array}{l}\text{A cubus}\\ -\text{B plano in A}\end{array}\right\}$ æquari z ſolido.

Sit autem explicanda æqualitas.

Quoniam igitur z ſolidum, Poteſtas eſt adfecta negate, de negatis autem ars non ſtatuitur, quæ proponitur æquatio in explicabilem primum tranſmutanda eſt, qualis quæ adficietur adfirmate, quo circa $\frac{\text{Z ſolidum}}{\text{A}}$ eſto E planum, ergo $\frac{\text{Z ſolidum.}}{\text{E plano.}}$ erit A, vnde ex iis quæ proponuntur.

$$\left.\begin{array}{l}\frac{\text{Z ſolido-ſolido-ſolidum}}{\text{E plano-plano-plano.}}\\ -\frac{\text{B plano in Z ſolidum}}{\text{E plano}}\end{array}\right\}\text{ æquabitur Z ſolido.}$$

Ducantur, omnia in E plano-plano-planum.

$$\left.\begin{array}{l}\text{Z ſolido-ſolido-ſolidum}\\ -\text{B plano in Z ſolidum in E plano-planum.}\end{array}\right\}\text{ æquab. z ſolid. in E pl. pl. pl.}$$

& omnibus per z ſolidum diuiſis, adhibitaq; congruâ Antitheſi,

E plano plano-planum.
—+ B plano in E plano-planum. } æquabitur z solido-solido.

Aliter.

E plani cubus
—+ B plano in E plani quadratum } æquabitur z solidi quadrato.

quæ æquatio omnino explicabilis est, ex tradita Analysi potestatum cubicarum, quæ adficiuntur sub datâ coefficiente adfirmate. Innotescit igitur E planum, ad quod quum applicabitur z solidum, exurget A de qua primum quærebatur.

Analogismus autem æqualitatis de A enunciatiuus, erat

Vt A ad l c. z solidi, ita l c. z solido-solidi ad A quadratum —B plano.

hoc est ad E planũ, quo pertinet nominis Πρώτον-ἔσχατον notatio.

Proponatur 1 C—96 N. *æquari* 40.

Effecta $\frac{40}{1 N.}$ *esse* 1 N. 1 C. —+ 96 Q *æquabitur* 1,600. *& fit* 1 N. 4.

Quare $\frac{40}{4}$ *seu* 10. *est Radix primum quæsita.*

Et si accidat in proposita primum æquatione cubica, homogeneum comparationis esse in sua soliditate irrotionale, sed facultate velut quadratica rationale, ea Asymmetria in æquatione noua euanescet.

Proponatur 1 C—10 N. *æquari* l 48. *effecta* $\frac{l\,48.}{1 N.}$ *esse* 1 N.
1 C —+ 10 Q *æquabitur* 48. *& fiet* 1 N. 2.
Quare $\frac{l\,48}{1\,4.}$ *seu* l 12. *est Radix primum quæsita.*

Rursus proponatur A quadrato-quadratum.
—B in A cubum
—D plano in A quadratum. } æquan z pl. plano.

Sit autem explicanda æqualitas.

Quoniam igitur z plano-planum est Potestas adfecta negate, de negatis autem ars non statuitur, quæ proponitur æquatio in explicabilem transmutanda est: quocirca

$\frac{\text{Z plano-planum.}}{\text{A}}$ esto E solidum. ergo $\frac{\text{Z plano-planum}}{\text{E solido.}}$ erit A.

Itaque ex iis quæ proponuntur.

$\frac{\text{Z plano-plano-plano-plano-plano-plano-plano-planum.}}{\text{E solido-solido-solido-solido.}}$
—B in $\frac{\text{Z plano-plano-plano-plano-plano-planũ.}}{\text{E solido solido solido.}}$
—D plano in $\frac{\text{Z plano-plano-plano-planũ.}}{\text{E solido-solido.}}$ } æquab. z pl. plano

Ducantur omnia in E solido-solido-solido-solidum.

Z plano-plano-plano-plano-plano-plano-plano-planum.
—B in z plano-plano-plano-plano-plano-planum in E solidum
—D plano in Z plano-plano-plano-planum in E solido-solidum.

æquabitur.

Z plano-plano-in E solido-solido-solido-solidum.

Et omnibus per z plano-planum diuisis, adhibitaque Antithesi.

E solidi quadrato-quadratum.
—D plano in z plano-planum in E solidi quadratum.
+B in z plano-plano-plano-planum in E solidum.

æquabitur z plano-plani cubo.

Proponatur 1QQ—3C.—8Q. æquari 50.
Effecta $\frac{50}{1N}$ *esse 1N.*

1QQ.+400Q+7,500,N. æquabitur 125,000. & fiet 1 N. 10.
Quare $\frac{50}{10}$ *seu 5, est Radix primum quæsita.*

Et si accidat in proposita primum æquatione quadrato-quadratica, homogeneum comparationis esse in suâ plano-planitie irrationale, sed facultate veluti cubicâ rationale, ea Asymmetria in æquatione nouâ euanescit.

Proponatur 1QQ.—8N. æquari l c. 80.
Effecta $\frac{1\ c.80.}{1N.}$ *esse 1N.*

1QQ+8c. æquabitur 80. & fit 1 N. 2.
Quare $\frac{l\ c\ 80.}{l\ c\ 8.}$ *seu lc 10. est Radix primum quæsita.*

Transmutationis Πρῶτον-ἔσχατον, opus dum retexitur in has prorsus recidit, ideo retinendas & ordinandas præceptiones.

I.

In quadratis affectis, homogeneum comparationis inuariatum consistito: in cubis ducitor quadratice: in quadrato-quadratis, cubice: in quadrato-cubis, quadrato-quadratice: in cubo-cubis, quadrato cubicè: & ita deinceps.

II.

Homogenea sub gradibus adficientia negate, in homogenea sub gradibus reciprocis adficientia affirmate transeunto: & e contrâ, adficientia adfirmate in afficientia negate.

III.

Coefficiens adfectionis ſub latere, inuariata conſiſtat: coefficiens adfectionis ſub quadrato, ducitor in homogeneum comparationis.

Coefficiens adfectionis ſub cubo, in homogenei comparationis quadratum.

Coefficiens adfectionis ſub quadrato-quadrato, in homogenei comparationis cubum.

Coefficiens adfectionis ſub quadrato-cubo, in homogenei cõparationis quadrato-quadratum. & ita deinceps.

IV.

Atque ad cognitam Radicem Poteſtatis ita nouiter adæquatæ, dum applicabitur homogeneum comparationis pertinens ad æquationem quæ proponebatur, reſtituere latus de quo primum quærebatur pronunciato.

Plane quæcunque magnitudo ad nouam quærendam Radicem applicetur, ita vt ex ea applicatione oriatur Radix de qua primum quęritur, ſi ſub ea ſpecie dirigatur propoſita æquatio, & ſecundum artem tranſmutetur, ſemper adfectiones quæ erant negatæ, tranſibunt in adfirmatas ſaluâ numerorum Symmetria: ſed ideo conuenientior eſt applicatio homogenei comparationis, ne forte accidens fractionis nouam rurſus exigat reductionem in Arithmeticis, at in Geometricis, fœlicius applicatur magnitudo homogenea quadrato Radicis de qua quæritur.

Proponatur $\left.\begin{array}{l}\text{A cubus}\\ -\text{B in A quadratum.}\end{array}\right\}$ æquari B in z quadratum.

$\frac{\text{B in z}}{\text{E}}$ eſto A. $\left.\begin{array}{l}\text{E cubus}\\ +\text{B quadrato in E.}\end{array}\right\}$ æquabitur B quadrato in z.

De Anaſtrophé.

Aut quemadmodum aduerſus vocum Ἀμφιβολίας *in æquationibus correlatis, ex data Radice vnius habetur alterius notitia.*

CAP. III.

ANaſtrophe eſt æquationum inuersè negatarum in ſuas correlatas tranſmutatio, ita inſtituta, vt quæ prima proponitur æquatio, ea ope ſuæ correlatæ per irregularem Climacticum deſcenſum, reducatur ad depreſſiorem, ideoque magis explicabilem. pertinet ad vitandum, tanquam in æqualitatibus inuersé negatis accidere diximus, Amphiboliã, & dyſmechanian, in cubicis, quad. cubicis & exinde per binos alternos gradus Climacticis. quod enim ad quadraticas, quadrato-quadraticas, & exinde per binos alternos gradus Climacticos attinet, earum reductioni non proficit Anaſtrophe, verum recurrendum eſt ad Climacticam Paraplerosin, de qua dicetur ſuo loco.

Anaſtrophes opus ita perficitur: primum Poteſtati Radicis de qua quęritur, adiicitur Poteſtas Radicis æque-alta, talium enim Poteſtatum aggregatum, commode diuiſionem recipit in prædicto Climactericarum ordine. deinde homogeneum comparationis, vna cum tranſlatis adfectionum homogeneis & addita Poteſtate, comparatur effictæ magnitudini, quæ eandem diuiſionem recipiat: quâ comparatione inciditur in æqualitatem correlatam, vel affirmatam, vel negatam directè. cęterum addititiæ Poteſtatis Radice cognitâ, oriundæ magnitudines ex vna parte, oriundis magnitudinibus ex altera comparantur commode, & æqualitas alioquin δυσμηχάνη, per medium εὐμηχανωτέρης, deprimitur in εὐμηχάνιστας: quod vt exemplis fiat apertius, primum ad Anaſtrophen Cubicarum.

PROBLEMA. I.

PRoponatur $\left.\begin{array}{l} B \text{ planum in } A \\ - A \text{ cubo} \end{array}\right\}$ æquari z ſolido.

Quoniam igitur de ſolido negatur cubus, anceps æquatio eſt, neque ad Analyſin idonea: vitanda igitur ambiguitas eſt & dyſmechania: quocirca fiat Anaſtrophe, atque idcirco ex iis quæ proponuntur, adhibita metatheſi, A cubus æquatur $\left\{\begin{array}{l} B \text{ pl. in } A \\ - Z \text{ ſol.} \end{array}\right.$

Vtrique parti addatur E cub. ergo $\left.\begin{array}{l} A \text{ cubus} \\ + E \text{ cubo.} \end{array}\right\}$ æquabitur $\left\{\begin{array}{l} B \text{ pl. in } A \\ + E \text{ cubo.} \\ - Z \text{ ſol.} \end{array}\right.$

Prima autem æquationis pars commode diuiſionem recipit ab A + E, ad aggregatum enim laterum, dum applicatur aggregatum cuborum, oritur aggregatum quadratorum, minus rectangulo à lateribus, quare orietur ex ea applicatione $\begin{array}{l} A \text{ quadratum} \\ - E \text{ in } A \\ + E \text{ quadrato.} \end{array}$

Reſtat igitur vt altera æqualitatis pars, applicata ad A + E, faciat aliquod datum planum iam ortis reliquis comparandum, id autem commode fiet, ſi in locum E cubi minus Z ſolido, ſubſtitueretur B planum in E, naſcetur enim B planum. Æquiualeat igitur vt ſubſtituatur: quoniam igitur E cubus minus z ſolido, adæquatur ex hypotheſi B plano in E, ergo per Antitheſin E cubus minus B plano in E, æquabitur z ſolido.

Itaque $\left.\begin{array}{l} A \text{ quadratum.} \\ - E \text{ in } A \\ + E \text{ quadrato.} \end{array}\right\}$ æquabitur B plano.

Nota igitur ſit E ex Analyſi, adhibitâ per antecedens Caput decenti præparatione, vt pote eſto illa D, ergo.

$\left.\begin{array}{l} A \text{ quadratum} \\ - A \text{ in } D \\ + D \text{ quadrato.} \end{array}\right\}$ æquabitur B plano.

& ordinando $\left.\begin{array}{l} D \text{ in } A \\ - A \text{ quadrato} \end{array}\right\}$ æquabitur $\left\{\begin{array}{l} D \text{ quadrato} \\ - D \text{ plano.} \end{array}\right.$

Æquatio igitur inuersè negata, in negatam directe, eiuſdem ordinis tranſmutata eſt, ita vt data Radice nouæ æquationis, fiat Climacticus irregularis deſcenſus in depreſſiorem, de Radice primum propoſitâ explicabilem: quod opus dicitur Anaſtrophe, & faciendum erat.

Hinc ordinatur Theorema.

THEO-

THEOREMA. I.

Si B planum in A — A cubo } æquatur z ſolido.

igitur — E cubus / B plano in E ęquabitur Z ſolido.

E autem innoteſcat eſſe D: D in A — A quadrato. } æquabitur { D quad. — B plano.

39 N. — 1 C. *æquatur* 70.

Igitur 1 C — 39 N. *æquabitur* 70, *& fit tum* 1 N. 7. *itaq;* 7 N. — 1 Q. *æquabitur* 10. *& iſta eſt Radix primum quæſita, & fit* 2 *vel* 5.

PROBLEMA. II.

SEd proponatur B in A quadratum — A cubo. } æquari z ſolido.

Oportet Anaſtrophen facere.

Ex iis igitur quæ proponuntur, adhibita congrua Metatheſi.

A cubus æquabitur, B in A quadratum — Z ſolido.

& vtrique æqualitatis parti addendo E cubum.

A cubus + E cubo. } æquabitur { B in A quadratum + E cubo — Z ſolido.

At vero z ſolidum minus E cubo, æquetur B in E quadratum: id eſt E cubus plus B in E quadratum, æquetur z ſolido.

A cubus + E cubo. } æquabitur { B in A quadratum. — B in E quadratum

Conſequenter oportet ſolidum adfectum adiunctione Cubi re-ducere: omnia ducantur per A + E. igitur,

A quadratum. — E in A. + E quadrato. } æquabitur B in A — E.

Innoteſcat autem E eſſe D ex Analyſi, atque adeo ordinetur quadratica æquatio. Ergo

B in A + D in A — A quadrato. } æquabitur { D quadrato. + B in D

Æquatio igitur inuerſe negata, in adfirmatam eiuſdem ordinis tranſmutata eſt, ita vt data Radice nouæ æquationis, fiat irregularis deſcenſus, in depreſſiorem, quod opus dicitur Anaſtrophe, & faciendum erat.

Hinc ordinatur Theorema.

THEOREMA. II.

Si B in A quadratum
— A cubo } æquetur z solido.
B in E quadratum
+ A cubo } æquetur z solido.
E autem innotescat esse D, + D
B } in A
— A quadrato } æquabitur { B in D
+ D quad.

7 Q. — 1 C. *æquatur* 36. *igitur*
7 Q. + 1 C. *æquatur* 36. *& fit hic* IN. 2. *quare*
9 N. — 1 Q. *æquabitur* 18. *& ista* 1 N. *est Radix primum quæsita.*
& fit 3. *vel* 6.

Secundo ad Anastrophen quadrato-cubicarum.

PROBLEMA. III.

Proponatur B plano-planum in A
— A quadrato-cubo. } æquari Z plano-solido
Oportet Anastrophen facere.

Ab E — A effingatur quadrato-quadratum, singularia effecta plano-plana simpliciter sumpta nec repetita, erunt
E quadrato-quadratum
— A in E cubum
+ A quadrato-in E quadratum
— A cubo in E
+ A quadrato-quadrato.

Ducantur in E + A, fit E quadrato-cubus
+ A quadrato-cubo.

At ex iis quæ proponuntur, A quad. cubus valet { B pl. planũ in A
— Z pl. solido.

quare E quadrato-cubus.
+ A quadrato-cubo. } æquabitur { E quadrato-cubo.
+ B plano-plano in A
— Z plano-solido.

Vtraque pars applicetur ad E + A. Ex prima igitur æquationis parte oritur,
E quadrato-quadratum
— A in E cubum
+ A quadrato-in E quadratum
— A cubo in E
+ A quadrato-quadrato. } vt ratio compositionis indicat.

At quid oriatur ex secunda non liquet: sed sane comparetur tali plano-solido, vt plano-planum ortiuum non possit ignorari.

Quare { B plano-planum in E
+ B plano-plano in A } æquetur alteri eius parti,

videlicet, { E quadrato cubo.
+ B plano-plano in A
— Z plano-solido.

Ergo deleta vtrinque affectione sub A gradu, & factâ congruâ Antithesi.

E quadrato cubus
— B plano-plano in E } æquabitur z plano-solido.

Et quum innotescet E esse D, pronunciabitur

D quadrato-quadratum.
— D cubo in A
+ D quadrato in A quadratum
— D in A cubum
+ A quadrato-quadrato. } æquari B plano-plano.

& æqualitate secundum artem ordinatâ.

D cubum in A
— D quadrato in A quadratum
+ D in A cubum.
— A quadrato-quadrato. } æquari { D quadrato-quadrato
— B plano-plano.

Facta est igitur Anastrophe sicut Imperabatur.

Hinc ordinatur Theorema.

THEOREMA. III.

Si B plano-planum in A
— A quadrato-cubo. } æquetur Z plano-solido.

E quadrato-cubus
— B plano plano in E } æquetur z plano-solido.

& E innotescat esse D, { D cubus in A
— D quadrato in A quadratum
+ D in A cubum
— A quadrato-quadrato. } æqu. { D qu.q.
— B pl.pl.

11 N. — 1 Q C. æquetur 10.

Igitur 1 Q C — 1 1 N. æquabitur 10. & hic fit 1 N. 2.

Quare { 8. N.
— 4 Q.
+ 2 C.
— 1 Q Q. } *æqu. 5. & ista 1 N. est Radix primum quæsita, & fit 1.*

PROBLEMA. IIII.

Si proponatur B in A quadrato-quadratum.
— A quadrato-cubo. } æquari z plano-solido.

Ergo per congruam metathesin, & E quadrato-cubi communem adiunctionem;

A quadrato-cubus
—+ E quadrato-cubo. } æquatur {
B in A quadrato quadratum
— Z plano-solido.
—+ E quadrato-cubo.

Vtraq; pars applicetur ad A —+ E: illic oritur {
A quad.quad.
— A in E cubum.
—+ A quad. in E quad.
— A cubo in E
—+ A quadrato-quad.

Quod si
B in A quadrato-quadratum.
— B in E quadrato-quadratum. } equetur alteri parti.

Ea quoque commodam diuisionem recipiet ab A —+ E, orietur enim,

B in A cubum
— B in A quadratum in E.
—+ B in E quadratum in A
— B in E cubum.

Adæquetur ergo, & ea propter vt equalitas rite ordinetur.

E quadrato-cubus.
—+ B in E quadrato-quadratum. } statuitor z plano-solido æquale.

& E innotescat esse D. tãdẽ igitur.
D quad.qu.
— D cub. in A.
—+ D qu. in A qu.
— D in A cub.
—+ A quad.qu. } æq. {
B in A cub.
— B in A q. in D
—+ B in D q. in A
— B in D cu.

& omnia ordinando,
B in D quadratum in A
—+ D cubo in A
— B in D in A quadratum
— D quadrato in A quadratum.
—+ B in A cubum
—+ D in A cubum.
— A quadrato-quadrato. } æqu. {
B in D c.
—+ D qu.q.

Itaque facta est Anastrophe, sicut imperabatur.
Hinc ordinatur Theorema.

THEOREMA. IIII.

Si
B in A quadrato-quadratum
— A quadrato-cubo } æquetur Z plano solido.

E quadrato-cubus
—+ B in E quadrato-quadratum. } æquatur z plano-solido.

& E innotescat esse D,
B in D quad.
—+ D cubo. } in A
— B in D
— D quad. } in A quad.
—+ B
—+ D } in A cubum.
— A quadrato-quadrato. } æquab. {
B in D cu.
—+ D qu.qu.

11 QQ. — 1 QC. æquatur 10,000.

Igitur 11 QQ. + 1 QC. æquabitur 10,000. & fit 1 N, 5.

Quare 400 N.
— 80 Q.
+ 16 C.
— 1 QQ. } æquabitur 2,000.

& ista 1 N, est Radix primum quæsita, & fit 10.

Vsurpatur quoque Anastrophe contraria interdum via, vt quum in æquatione ambigua, contingit vnam Radicum dari è duabus pluribusue, de quibus æquatio potest explicari: repetuntur Anastrophes vestigia ad assequendum Radicem correlatæ, variaque fluunt inde & ordinantur Theoremata, qualia sunt in cubis.

THEOREMA. V.

Si A cubus
— B plano in A. } æquetur Z solido.

& rursus B planum in E
— E cubo } æquetur Z solido.

Innotescat autem E esse D.

A quadratum
— D in A } æquabitur { B plano
— D quadrato.

Quoniam enim A cubus
— B plano in A. } æquatur Z solido.

Ergo A cubus
— B plano in A. } æquab. { B plano in D
— D cubo.

& per metathesin. A cubus.
+ D cubo } æquabitur { B plano in A.
+ B plano in D.

Vtraq; pars æquationis diuiditor per A + D, fit A quad.
+ D quad.
— D in A. } æqu. B pl.

Qua æquatione secundum artem concepta.

A quadratum.
— D in A } æquatur { B plano
— D quadrato.

Vt est ordinatum.

Si 1 C. — 8 N. æquetur 7.

Igitur 8 N. — 1 C æquabitur 7. & quoniam 1 N. potest esse 1.

*1 Q.
— 1 N. æquabitur 7. vnde Radix primum quæsita fit l. $\frac{29}{4}$ + $\frac{1}{2}$*

THEOREMA. VI.

Si B in A quadratum + A cubo, æquetur Z solido.

& rursus B in E quadratum — E cubo, æquetur Z solido.

Innotescat autem E esse D, A quadratum + B — D in A æquabitur B in D — D quadr.

Quoniam enim B in A quadratum + A cubo, æquatur Z solido.

& rursus B in D quadratum — D cubo, æquatur Z solido.

Ergo B in A quadratum + A cubo, æquabitur B in D quadratum — D cubo.

& per metathesin D cubus + A cubo, æquabitur B in D quadratum — A quadrato.

vtraq; pars æquationis diuiditor per D + A, fit D quad. + A quad. — D in A. æq. B in D — A.

qua æquatione secūdū artē conceptâ, A quad. + B — D in A æqu. B in D — D qu.

vt est ordinatum.

Si 9 Q. + 1 C æquetur 8.

Igitur 9 Q — 1 C æquabitur 8. & quoniam 1 N. potest esse 1.

1 Q + 8 N. æquatur 8. vnde Radix primum quæsita fit l. 24 — 4.

Quibus Theorematis finitima sunt ea, quibus ex data vna ambiguarum Radicum, habetur alterius comitis notitia: nempe.

THEOREMA. VII.

Si B planum in A — A cubo, æquetur Z solido.

& rursus B planum in E — E cubo, æquetur Z solido.

Innotescat autem E esse D, A quad. + D in A. æquabitur B plano — D quadrato.

Quoniam enim B planum in A — A cubo, æquatur Z solido.

& rursus B planum in D — D cubo, æquatur Z solido.

igitur B planum in A — A cubo æquab. B plano in D — D cubo.

& per metathesin. A cubus. — D cubo æquabitur B plano in A — B plano in D.

& vtraq; æquationis parte per A — D diuisa, fit A quad. + D quad. + D in A. æqu. B pl.

Qua ęquatione secundum artem concepta.

$$\left.\begin{array}{l}\text{A quadratum.}\\ +\text{D in A}\end{array}\right\}\text{ æquatur }\left\{\begin{array}{l}\text{B plano}\\ -\text{D quadrato.}\end{array}\right.$$

Si 8 N. — 1 *C. æquetur* 7. *potest* 1 N. *esse* 1.

Quare 1 *Q* + 1 *N. æquatur* 7. *& rursus fit* 1 N. $l.\frac{29}{4} - \frac{1}{2}$

THEOREMA. VIII.

Si $\left.\begin{array}{l}\text{B in A quad.}\\ -\text{A cubo}\end{array}\right\}$ æquetur z solido.

& rursus $\left.\begin{array}{l}\text{B in E quadr.}\\ -\text{E cubo}\end{array}\right\}$ æquetur z solido.

Innotescat autem E esse D: $\left.\begin{array}{l}\text{A quadratū.}\\ \left.\begin{array}{l}+\text{D}\\ -\text{B}\end{array}\right\}\text{ in A}\end{array}\right\}$ æquabitur $\left\{\begin{array}{l}\text{B in D}\\ -\text{D quad.}\end{array}\right.$

Quoniam enim $\left.\begin{array}{l}\text{B in A quadr.}\\ -\text{A cubo.}\end{array}\right\}$ æquatur z solido.

& rursus $\left.\begin{array}{l}\text{B in D quadratum}\\ -\text{D cubo}\end{array}\right\}$ æquatur Z solido.

igitur $\left.\begin{array}{l}\text{B in A quadratum}\\ -\text{A cubo}\end{array}\right\}$ ęquatur $\left\{\begin{array}{l}\text{B in D quadratum}\\ -\text{D cubo.}\end{array}\right.$

& per metathesin $\left.\begin{array}{l}\text{A cubus}\\ -\text{D cubo.}\end{array}\right\}$ æquab. B in $\left\{\begin{array}{l}\text{A quadratum}\\ -\text{D quadrato.}\end{array}\right.$

Vtraq; pars æquationis diuiditor per A — D.

fit $\left.\begin{array}{l}\text{A quadratum}\\ +\text{D quadrato.}\\ +\text{D in A}\end{array}\right\}$ ęquale $\left\{\begin{array}{l}\text{B in A}\\ +\text{B in D}\end{array}\right.$

quâ æquatione rite conceptâ. $\left.\begin{array}{l}\text{A quadratum}\\ +\text{D in A}\\ -\text{B in A.}\end{array}\right\}$ æquabitur $\left\{\begin{array}{l}\text{B in D}\\ -\text{D q.}\end{array}\right.$

Vt est ordinatum.

Si 9 *Q* — 1 *C. æquetur* 8 *potest* 1 N. *esse* 1.

Quare $\left.\begin{array}{l}1\text{ Q}\\ -8\text{ N}\end{array}\right\}$ *æquabitur* 8. *& rursus fit* 1 N. *l.* 24 — 4.

De Isomeria, aduersus vicium Fractionis.

CAP. IIII.

Isomæria est species trāsmutationis per multiplicationē, ita instituta, vt æqualitates à fractis numeris quib. laborant liberētur.

Reducuntur videlicet fractiones ad eandem denominationem, ex lege Logistices.

Deinde fit ductio homogenei communis denominatoris, vel ortorum ab eo graduum, in datas coefficentes, datumque homogeneum comparationis:

Radices ducãtur in coefficiẽtes longitudines, Quadrata in coefficientes planas, homogeneaue datæ mensuræ plana, Cubi in Parabolas solidas, homogeneaue datæ mensuræ solida, & eo constanti ordine.

Quodq; fit ex denominatore communi, & Radice æqualitatis propositæ, est Radix æqualitatis ita præparatæ.

Interdum etiam euenit, vt multiplicatione Isomærica non opus sit, sed diuisione: applicantur videlicet coefficientes longitudines ad Radices coefficientis planæ, homogeneæque datæ mensuræ Solidæ ad cubos, & eo constanti ordine, quodque oritur ex applicatione Radicis ad communem denominatorem, est Radix æqualitatis ita præparatæ: fundamentum autem suum habet & demonstrationem, ex symbolo ęqualitatum, quo cauetur, si æqualia per æqualia multiplicentur vel diuidantur, facta vel orta esse ęqualia.

Ita enim fecisse Isomęriam in summa nihil aliud est, quam propositæ æqualitatis Potestatem, & adfectionum & comparationis homogenea per eundem terminum multiplicasse, aut diuisisse. multiplicationis autem paratior vsus est quam diuisionis, proponatur siquidem.

A cubus $+ \frac{\text{D solido in A}}{\text{D}}$ æquari Z solido.

Oportet iam æqualitatem a fractionibus quibus laborat, liberare. D in A esto E planum, ergo $\frac{\text{E planum}}{\text{D}}$ erit, A quare.

$$\left.\frac{\text{E plani cubus} + \text{B solido in D in E planum.}}{\text{D cubo.}}\right\}\text{æquabitur Z solido.}$$

Omnia per D cubum $\left.\begin{matrix}\text{E plani cubus}\\ +\text{B solido in D in E planum.}\end{matrix}\right\}$ æq. Z s. in D cu.

1 C $+ \frac{3}{2}$ N. æquatur 225.

Igitur κατ' ἰσομοιρίαν 1 C + 6 N. æquabitur 1,800.

& Radix præparatæ, ad Radicem propositæ se habet vt 2. ad 1.

Itaque quum sit hic 12, illic erit 6.

Et si proponatur A cubus. $+ \frac{\text{B solido in A}}{\text{D}}$ æquari $\frac{\text{Z plano-plano.}}{\text{D}}$

Ipsissimet vestigiis $\begin{matrix}\text{E plani cubus}\\ +\text{B solido in D in E planum}\end{matrix}$ ęquab. Z pl. pl. in D quad.

1C $+ \frac{3}{2}$ N. *æquatur* $\frac{265}{4}$.

Igitur κατ' ἰσομοιρίαν, 1C $+$ 6 N. *æquabitur* 1,060.

& quum sit hic 1 N. 10. *illic erit* 5.

Et si proponatur A cubus. $+ \frac{\text{B plano in A quad.}}{\text{D}}$ æquari Z solido,

Iisdem vestigiis $\begin{matrix}\text{E plani cubus} \\ + \text{B plano in E pl.quadr.}\end{matrix}$ æquab. Z s. in D cub.

1C. $+ \frac{3}{2}$ Q *æquatur* 270.

Igitur κατ' ἰσομοιρίαν 1C $+$ 3 Q. *æquabitur* 2,160

& quum sit hic 1 N. 12. *illic erit* 6.

Et si proponatur A cubus $+ \frac{\text{B plano in A quad.}}{\text{D}}$ æquari $\frac{\text{Z plano-plano.}}{\text{D}}$

Iisdem vestigiis $\left.\begin{matrix}\text{E plani cubus} \\ + \text{B plano in E pl.quad.}\end{matrix}\right\}$ æquab. Z pl. pl. in D quad.

1C $+ \frac{3}{2}$ Q *æquatur* $\frac{325}{2}$

Igitur κατ' ἰσομοιρίαν 1C. $+$ 3 Q *æquabitur* 130.

& quum sit hic 1 N. 10. *illic erit* 5.

Sed proponatur A cubus $+ \frac{\text{B solido in A}}{\text{D}}$ æquari $\frac{\text{Z plano-solido.}}{\text{H plano.}}$

D in H planum in A, esto E plano-pl. ergo $\frac{\text{E plano-planum.}}{\text{D in H planum.}}$ erit A.

Quare $\frac{\text{E plano-plani cubus.} \; + \text{D in H plano-planum in B solidum in E plano-planum.}}{\text{D cubo in H plano-plano planum.}}$ æquabitur $\frac{\text{Z plano-solido.}}{\text{H plano}}$ Omnia per D cubum in H plano-planum.

E plano-plani cubus.
$+$ B solido in D in H plano-planum in E plano-planum.
æquabitur Z plano-solido in D cubum in H plano-planum.

1C $+ \frac{11}{12}$ N. *æquatur.* $\frac{19}{4}$

Igitur κατ' ἰσομοιρίαν 1C. $+$ 2,112 N. *æquabitur* 525,312.

& Radix præparatæ ad Radicem propositæ se habet ut 48. *ad* 1.

Itaque quum sit hic 1 N. 72. *illic erit.* $\frac{3}{2}$

Poterit autem ad eandem fractionem quoque reduci.

1C. $+ \frac{11}{12}$ N. *æquatur* $\frac{57}{12}$

Unde per opus ἰσομοιρίαν, 1C $+$ 132 N. *æquabitur.* 8,208. *& Radix præparatæ, ad Radicem propositæ, se habet ut* 12. *ad* 1. *itaque*

Quum sit hic 1 N. 18. *illic erit* $\frac{3}{2}$, *quod est preparatam primum æqualitatem diuisisse* ἰσομοιρικῶς *per* 4.

1C. $+$ 2,112 N. *æquabitur* 525,312. *igitur Isomæricâ diuisione,*

1C. $+ \frac{2,112}{16}$ *æquabitur* $\frac{525,312}{64}$ *id est* 1C. $+$ 132. N. *æquabitur* 8,208. *& quum sit illic* 1 N. 72. *hic erit* 18. *quia Radix Isomæricæ diuisionis est* 4.

M

Opus Iſomæricæ diuiſionis ita euidens fit.

Proponatur E plani-cubus
+ G in D in E plani-quadratum
+ B plano in D quadratum in E planum } æqu. z ſ. in D cub.

$\frac{E\ planum}{D}$ eſto A. igitur D in A erit E planum.

Quare D cubus in A cubum.
+ G in D in D quad. in A quad.
+ B plano in D quad. in D in A } æquab. z ſolido in D cubum.

Omnia diuidantur per D cubum A cubus.
+ G in A qua.
+ B plano in A } æquab. z ſolido.

1 C. + 12 Q. + 8 N. æquatur 2, 280 & fit 1 N. 10.

Diuidantur omnia ἰσομοιρικῶς per 2. & congrua ab ea Radice Scanſilia

1 C + $\frac{12}{2}$ Q. + $\frac{}{4}$ N. æquabitur $\frac{2,280}{8}$ & fit 1 N. $\frac{10}{2}$

id eſt 1 C. + 6 Q. + 2 N. æquabitur 285. & fiet 1 N. 5.

Sic in poteſtatibus non adfectis 1 C. æquatur 1, 7 2 8 & fit 1 N. 12.

1 C æquabitur $\frac{1,728}{216}$ & fiet 1 N. $\frac{12}{6}$ id eſt 1 C. æquabitur 8. & fiet 1 N. 2.

Eſt autem in Analyſibus opus illud magni interdum compendij.

De Symmetrica Climactiſmo aduerſus vicium Aſymmetriæ.

CAP. V.

SYmmetrica Climactiſmus eſt ſpecies adſcenſus Climactici: Adſcenſum autem Climacticum regulariter fere expoſuimus, quum vtraque propoſitæ ęqualitatis pars attollitur Climactice, quadratica quum quadratice, cubica quum cubice, & eo in infinitum ordine ſecundum gradus poteſtatum. & quum aliqui æqualitatis propoſitæ numeri ſunt Aſymmetri, & ita diſponuntur, vt quę irrationali numero concepta eſt magnitudo, faciat vnam æqualitatis partem, reliquæ reliquam, idque ſi res poſtulauerit iteratur, omnis tandem Aſymmetria euaneſcit, & æqualitas interea manet illibata, quum facta ab æqualibus ſint æqualia: quod opus, id ipſum eſt quod vocatur Symmetrica Climactiſmus.

Proſunt tamen alia quoque multa aduerſus Aſymmetriam, vt

pote ipsa interdum Isomæria, variæque transmutandarum æqualitatum, ex ipsamet constitutione per Zetesin ediscendæ & ordinandæ formulæ.

De Symmetrica Climactismo Exemplum.

PRoponatur A cubus — B pl. in A. } æquari l. z solido-solidi.

Oportet eam æqualitatem Asymmetria expurgare.

Quoniam igitur Asymmetria est in planitie, quadrentur omnia igitur

A cubo cubus.
\+ B plano plano in A quad.
— B plano in A quad. quadratum bis. } æquatur z solido-solido.

Ergo factum est quod oportuit.

1 C — 2 N. *æquatur l.* 1, 200.

Igitur, 1 *C* + 4 N. — 4 Q. *æquabitur* 1,200. *& fit* 1 N. 12. *quadratum Radicis de qua quæritur.*

Poterat autem reduci ad Symmetriam per Πρῶτον-ἔσχατον.

1 *C.* — 2 N. *æquatur l*, 1 2 0 0.

Igitur 1 *C.* + 2 Q. *æquatur* 1, 200. *& fit* 1 N. 10. *vnde Radix proposita est l.* 12.

Aliud.

Proponatur A cubus — L c. B solido-solidi in A. } æquari z solido.

Oportet eam æqualitatem Asymmetria expurgare.

Quoniam igitur Asymmetria est in soliditate, per ea autem quæ proponuntur adhibita metathesi, & per A diuisione factâ:

A cubus
— Z solido.
———
A } æquatur l c. B solido-solidi.

Omnia ducantur cubice.

A cubo-cubo-cubus
— Z solido in A cubo-cubũ ter.
\+ Z sol. solido in A cubum ter
— Z solido-solido solido.
———
A cubo. } æq. B s. solid.

Et omnibus in A cubum ductis & rite ordinatis.

A cubo-cubo cubus
— Z solido ter in A cubo-cubum.
\+ Z solido-solido ter
— B solido-solido. } in A cubum. } æquabitur Z solido-solido-solido.

Ergo factum est quod oportuit.

1 *C.* — *l c.* 18. *in* 1 N. *æquatur* 6.

1 *C.* — 18 *Q.* + 90 N. *æquatur* 216. *& fit* 1 N. 12. *cubus Radicis de qua quæritur.*

Quemadmodum æquationes Quadrato-quadraticæ deprimuntur ad Quadraticas, per medium Cubicarum à Radice plana.

Seu de Climactica Paraplerosi.

CAP. VI.

ATque hi quinque modi ad præparandum æqualitates quomodocunque adfectas, vt illæ tandem explicentur numero ſecundum canonica Analyſeos præcepta fere ſufficiunt: nam etſi Radices ſint Aſymmetræ, exhibebuntur eâ methodo veris proximę, acuratas autem exhibere, eſt Geometræ potius quam Arithmetici: ſępe tamen in Radicum Aſymmetriis, iuuabit Arithmeticum ea cubicarum ęquationum conſtitutio, quę tradita eſt de differentia vel aggregato mediarum, ex data differentia vel aggregato exttemarum, præter rectangulum ſub medijs vel extremis: vel etiam iam tradenda doctrina de depreſſione æquationum quadrato-quadraticarum ad quadraticas, per medium cubicarum à Radice plana: poterat autem negotium abſolui ex quadrato-quadraticarum conſtitutione per Plaſma agnitâ, ſuſcepta noua zeteſi, at non minus fœliciter, ac fortaſſis etiam elegantius, per opus quod dicitur Climactica Paraplerosis, tribus quatuorue ſequentibus exemplificanda Problematis.

Omnino Climactica Paraplerosi, non etiam Anaſtrophe, reduci quadraticas, quadrato-quadraticas, cubo-cubicas, & exinde per binos gradus alternos Climacticas ęqualitates, iam ante animaduerſum eſt. Eſt autem ſpecies irregularis deſcenſus, adſumpto nempe ſupplemento, quo pertinet verbi Parapleroſeos notatio.

PROBLEMA. I.

AEquationem quadrato-quadrati adfecti ſub latere, per medium cubicæ Radicem habentis planam, ad quadraticam deprimere.

Proponatur A quad. quad. + B ſolido in A æquari Z plano-plano.

Oportet facere quod imperatum eſt.

Ex ijs igitur quæ proponuntur, A quad. quad. æquab. Z pl. plano. — B ſolido in A

Vtrique æqualitatis parti addatur A quad. in E quadratum. + E quad. quadrato. $\frac{1}{4}$

Igitur A quad. quadratum. + A quad. in E quadratum + E quad. quadrato. $\frac{1}{4}$ æquabitur Z plano-plano. — B ſolido in A + A quad. in E quad. + E quad. quad. $\frac{1}{4}$

Omnia diuidantur ſubquadratice, illic orietur A quadratum + E quadrato. $\frac{1}{2}$

Idcirco enim de induſtria A quad-quadrato, adiecta fuerunt in ſupplementum duo illa plano-plana A quad. in E quad. & E quad. quadrati $\frac{1}{4}$, quæ alioqui deficiebant à Canonica Geneſi quadrati, inſtitutâ à duabus Radicibus planis: quod ſi altera æqualitatis pars poſſet quoque diuidi ſubquadratice, quod oriretur foret æquale A quad. + E quadrati $\frac{1}{2}$

Effingendum igitur quadratum à Radice plana, cui altera illa æqualitatis pars commode comparetur, vt ei tandem Radici planæ adæquetur A quadratum + E quadrato $\frac{1}{2}$

Sit igitur abs $\frac{\text{B ſolido}}{\text{E } 2}$ — E in A. ſic enim in comparatione euaneſcent adfectiones ſub A vel gradibus, & incidetur in æqualitatem de E, quo tendendum eſt.

Effictũ igitur quad. erit $\frac{\text{B ſolido-ſolidum.}}{\text{E quad. } 4.}$ + E quad. in A quad — B ſolido in A. æquandum Z pl. plano — B ſol. in A + E q. in A q. + E qu. qu. $\frac{1}{4}$

Et delectis vtrinque adfectionibus $\begin{array}{l} \text{E quadrati in A quadratum.} \\ -\text{B solido in A.} \end{array}$

Omnibusque in E quadr. 4 ductis, $\left.\begin{array}{l} \text{E cubo-cubus.} \\ +\text{Z pl pl. 4 in E quad.} \end{array}\right\}$ æqua. B s.s.

Innotescat autem E quadratum esse D quadratum.

Ergo $\frac{\text{B solidum}}{\text{D 2}} - \text{D in A}$, æquabitur $\begin{array}{l} \text{A quadrato} \\ +\text{D quadrato } \frac{1}{2} \end{array}$

& ordinata secundum artem æqualitate $\left.\begin{array}{l} \text{A quad.} \\ +\text{D in A.} \end{array}\right\}$ æq. $\left\{\begin{array}{l} \frac{\text{B solido.}}{\text{D 2}} \\ -\text{D quad. } \frac{1}{2} \end{array}\right.$

Et si proponatur $\left.\begin{array}{l} \text{A quad.quad.} \\ -\text{B solido in A} \end{array}\right\}$ æquari z plano-plano,

Radix plana effingendi quadrati statuetur $\frac{\text{B solidum}}{\text{E 2}} + \text{E in A}$, comparanda $\begin{array}{l} \text{A quadrato} \\ +\text{E quadrato. } \frac{1}{2} \end{array}$

Idem in æqualitate negatâ inuersè conuertendo, & sub contraria adfectionis nota argumentando.

$\left.\begin{array}{l} \text{A quad.quad.} \\ -\text{B solido in A} \end{array}\right\}$ æquari — z plano-plano.

Quod erit æqualia æqualibus auferre: cedet autem E quad. semis. $\frac{\text{B solido}}{\text{E 2.}}$ quum alioqui præstet in negatâ directe.

Hinc poterunt ordinari tria reductionis Theoremata.

THEOREMA. I.

Si $\left.\begin{array}{l} \text{A quadrato-quadratum} \\ +\text{B solido in A.} \end{array}\right\}$ æquetur z plano-plano.

$\left.\begin{array}{l} \text{E quadrati-cubus} \\ +\text{Z plano-plano 4 in E quad.} \end{array}\right\}$ æquetur B solido-solido.

Innotescat autem E esse D $\left.\begin{array}{l} \text{A quad.} \\ +\text{D in A} \end{array}\right\}$ æquabitur $\begin{array}{l} \frac{\text{B solido.}}{\text{D 2}} \\ -\text{D quad. } \frac{1}{2} \end{array}$

THEOREMA. II.

Si $\left.\begin{array}{l} \text{A quadrato-quadratum} \\ -\text{B solido in A.} \end{array}\right\}$ æquetur z plano-plano.

$\left.\begin{array}{l} \text{E quadrati cubus} \\ +\text{Z plano-plano 4 in E quad.} \end{array}\right\}$ æquetur B solido-solido.

M

Innoteſcat autem E eſſe D, A quadratum — D in A } æquabitur { $\frac{\text{B ſolido}}{\text{D 2}}$ — D quadr. $\frac{1}{2}$

Conſtitutione autem tum huius tum antecedentis æquationis bene agnita ſunt duo latera, a quibus quadrato-quadratorum differentia, applicata ad aggregatum laterum, facit B ſolidum: id eſt factum duplum ex rectangulo ſub lateribus in differentiam, adiunctum differentiæ cubo.

Differentia vero ipſorum laterum eſt E ſeu D. & fit z plano-planum, a quadrato differentiæ laterum plus rectangulo ſub lateribus in ipſum rectangulum. & A eſt latus vnum, hic maius, illic minus.

In ſerie vero quatuor continuè proportionalium, fit D differentia extremarum: B ſolidum, differentia cuborum à ſingulis alterne ſumptorum: z plano-planũ quod fit ex vtrauis extremarum in differentiam cuborum a reliquis alterne ſumptorum: & fit A prima, hic maior inter extremas, illic minor.

Sint proportionales continue 2. *lc.*40. *lc.*200. 10:
1 *Q Q.* + 832 N. *æquatur* 1,680.
Igitur 1 Q + 8 N. *æquabitur.* 20. *& fit* 1 N. 2.
Et ſi 1 Q Q — 832 N *æquetur* 1,680.
Igitur 1 *Q* — 8 N. *æquabitur* 20. *& fit* 1 *N.* 10.
N*ota autem eſt* 8 *differentia inter* 2 *&* 10. *quoniam* 1 C. + 6,720 N. *æquatur* 692,224.
Vnde fit 1 N. 64. *quantum eſt quadratum abs* 8.

THEOREMA. III.

Si B ſolidum in A — A quadrato-quadrato. } æquatur z plano-plano.

E quadrati cubus — Z plano plano 4 in E quad } æquetur B ſolido-ſolido.

Innoteſcat autem E eſſe D, D in A — A quad. } æquabitur { $\frac{\text{D quad. } \frac{1}{2} \text{ -- B ſolido}}{\text{D 2.}}$

Conſtitutione autem æqualitatis bene agnita, eſt B ſolidum quod fit ſub aggregato quadratorum in aggregatum laterum. ſeu aliter: cubus aggregati duorum laterum, multatus facto duplo abs rectangulo ſub lateribus, in aggregatum laterum. & z plano-planum factum abs quadrato aggregati laterum minus rectangulo, in

ipsum rectangulum, & fit E seu D aggregatum ipsorum laterum, A maius ipsorum minúsue.

In serie autem quatuor continuè proportionalium, est B solidum aggregatum cuborum à quatuor singulis; z plano-planum quod fit sub vtrauis extremarum in aggregatum cuborum à reliquis. D aggregatum extremarum: & fit A prima vel quarta.

Sint proportionales continue. 2. lc. 40. lc. 200. 10.

1,248 N. — 1 QQ *equatur* 2,480.

Igitur 12 N. — 1 Q *equabitur* 20. *& fit* 1 N 2. *vel* 10.

Nota autem est 12. *aggregatum* 2 *&* 10.

1 C — 9,920 N. *equabitur* 1,557,507. *& fit* 1 N. 144. *quantum est quadratum abs* 12.

PROBLEMA II.

AEqualitatem quadrato-quadrati affecti sub cubo, per medium cubicæ radicem habentis planam, ad quadraticam deprimere.

Proponatur { A quad. quadratum. + B in A cubum bis. } æquari z plano-plano.

Oportet facere quod imperatum est.

Sane si quadratum effingatur abs

{ A quad. + B in A — E plano $\frac{1}{2}$ } erit illud { A quad. quad. + B in A cub. bis. + B quad. in A quad. + E plan. plan. $\frac{1}{4}$ — E plan. in A quad. — E plan. in B in A. }

Vtrique igitur æquationis parti addatur id quod deficit ab effecto à statutâ Radice plana quadrato, concludetur ex illa æqualium æqualibus additione.

{ A quad. quad. + B in A cubum bis + B quad. in A quad. + E plano-plano $\frac{1}{4}$ — E plano in A quad. — E plano in B in A } æquari { Z plano-plano. + B quad in A quad. + E plano-plano $\frac{1}{4}$ — E plano in A quad. — E plano in B in A. }

Vtraque pars diuidatur subquadratice, illic reuocatâ ad Analysin Genesi, orietur manifesto. { A quadratum. + B in A — E plano $\frac{1}{2}$ }

Quod si altera æqualitatis pars posset quoque diuidi subquadraticè, quod oriretur foret æquale Radicibus illis planis è prima parte ortiuis.

Effingendum eſt igitur quadratum à Radice planâ, & illud alteri æqualitatis parti, id eſt Z plano-plano vna cum ſuis adfectionibus comparandum & adæquandum, vt Radices quoque comparentur & adæquentur inter ſe: ſtatuitor idcirco Radix illa plana effingendi quadrati

E planum in B / Lv. { B quad. 4. — E plano 4. } — Lv. { B quadrati — E plano } in A quadratum.

Sic enim in comparatione euaneſcent adfectiones ſub A vel gradibus, & incidetur in æqualitatem de E, quo tendendum eſt.

Effictum igitur quadratum erit E plano-plan. in B quad. / B quad. 4. — E plano 4.
+ B quad. in A quadratum
— E plano in A quadratum.
— E plano in B in A.

Adæquandum z plano-plano vna cum reliquis quæ illud comitantur & adficiunt expoſitis plano-planis, & deletis vtrinque adfectionibus ſub A & A quadrato.

E plan planum in B quad. / B quad. 4. — E plano 4. } æquabitur { Z plano-plano + E plano-plano $\frac{1}{4}$

Et omnibus ductis in B quadratum 4 — E plano 4
E plano-planum in B quad. æquabitur { Z plano-plano in B quad. 4. + E plano-plano in B quad. — Z plano-plano in E plan. 4. — E plano-plano-plano.

Et deleto vtrinque E plano-plano in B quadratum, omnibuſque rite ordinatis.

E plani cubus. + Z plano-plano 4 in E pl. } æquabitur z plano-plano in B quad. 4.

Innoteſcat autem E planum eſſe D planum.

Ergo A quadratum + B in A — D plano $\frac{1}{2}$ } æquabitur D plano in B / Lv. { B quad. 4. — D plano 4.
— Lv. { B quad. — D plano. } in A quad.

Et æqualitate ſecundum artem ordinata.

A quadratum
+ B in A
+ Lv. { B quad. — D plano. } in A q. } æquabitur D pl. $\frac{1}{2}$ + D plano in B / Lv. { B quad. 4. — D plano. 4

Et ſi proponatur A quad. quadratum — B in A cubum in bis. } æquari z plano-plano.

Radix plana effingendi quadrati ſtatuetur.

E planum in B / Lv. { B quad. 4. — E plan. 4. — Lv. { B quad. — E plano. } in A quad. compar. } A quad. + B in A. — E plan. $\frac{1}{2}$

Et si proponatur $\left.\begin{matrix} B \text{ in } A \text{ cubum bis.} \\ - A \text{ quadrato-quadrato.} \end{matrix}\right\}$ æquari z plano-plano.

Licebit argumentari.

$\left.\begin{matrix} A \text{ quad. quad.} \\ - B \text{ in } A \text{ cub. bis.} \end{matrix}\right\}$ æquari — Z plano plano.

Quod erit auferre æqualia ab æqualibus.

Et Radix plana effingendi quadrati statuetur.

$$\frac{E \text{ planum in } B}{Lv. \left\{\begin{matrix} B \text{ quad. } 4. \\ - E \text{ plano. } 4. \end{matrix}\right.} - Lv. \left\{\begin{matrix} B \text{ quad.} \\ + E \text{ plano.} \end{matrix}\right\} \text{ in } A \text{ q. comparanda. } \begin{matrix} B \text{ in } A \\ + E \text{ plano } \frac{1}{2} \\ - Aq. \end{matrix}$$

Fit itaque omni casu reductio quæ imperata est.

Hinc ordinabuntur tria reductionis Theoremata.

THEOREMA. I.

Si $\left.\begin{matrix} A \text{ quad. quad.} \\ + B \text{ in } A \text{ cub.} \end{matrix}\right\}$ æquetur z plano-plano.

$\left.\begin{matrix} E \text{ plani cubus.} \\ + Z \text{ plano-plano } 4 \text{ in } E \text{ planum.} \end{matrix}\right\}$ æquetur z plano-plano in B quad. 4.

Innotescat autem E planum esse D planum.

$$\begin{matrix} Aq. \\ + B \text{ in } A \end{matrix} + Lv. \left\{\begin{matrix} B \text{ quad.} \\ - D \text{ plano.} \end{matrix}\right\} \text{ in } A \text{ quad. æquab. } \frac{D \text{ plano in } B}{Lv. \left\{\begin{matrix} B \text{ quad. } 4. \\ - D \text{ plano. } 4 \end{matrix}\right.} + D \text{ plano } - \frac{1}{2}$$

THEOREMA. II.

Si $\left.\begin{matrix} A \text{ quad. quad.} \\ - B \text{ in } A \text{ cub. bis.} \end{matrix}\right\}$ æquetur z plano-plano.

$\left.\begin{matrix} E \text{ plani cubus} \\ - Z \text{ plano-plano } 4 \text{ in } E \text{ planum} \end{matrix}\right\}$ æquetur z plano-plano in B q. 4.

Innotescat autem E planum esse D planum.

$$\begin{matrix} Aq. \\ + B \text{ in } A \end{matrix} + Lv. \left\{\begin{matrix} B \text{ quad.} \\ - D \text{ plan.} \end{matrix}\right\} \text{ in } A \text{ quad. æquab. } \frac{D \text{ plano in } B.}{Lv. \left\{\begin{matrix} B \text{ quad. } 4. \\ - D \text{ plano. } 4 \end{matrix}\right.} + D \text{ plano } \frac{1}{2}$$

Constitutione autem tum huius tum antecedentis æqualitatis bene agnitâ, sunt duo latera à quibus quadrato-quadratorum differentia applicata ad aggregatum cuborum facit B bis: quadratum verò differentię laterum multatæ ipsâ B, ablatum ex eiusdem B quadrato, relinquet D planum, siue E planum: & fit z plano-planum ex applicatione cubi à D plano, ad differentiam quadruplam quadratorum a D & B. & A est latus vnum, hic maius, illic minus.

In serie verò quatuor continuè proportionalium B bis est dif-

ferentia illarum omnium alternè ſumptarum. Z plano-planum quod fit ab vtrauis extremarum in cubum differentiæ reliquarum trium alternè ſumptarum: & fit E planum ſiue D planum differentia ſubquadrupla, inter quadratum differentiæ omnium alterne ſumptarum, & quadratum differentiæ extremarum multatæ triplâ differentiæ mediarum.

Vnde Lv. { B quad. 4. — D plano. 4. } eſt differentia extremarum minus triplâ differentiæ mediarum: & quum prima intelligitur minor inter extremas, illic fit A differentia trium primarum alternè ſumptarum, hic trium poſtremarum.

Sint proportionales continuè. 1. 2. 4. 8.
1 QQ. + 5 C. *æquatur* 216.
Igitur 1 Q. + 3 N. *æquabitur* 18. *&* *fit* 1 N. 3.
Et ſi 1 QQ. — 5 C. *æquatur* 216.
Igitur 1 Q. — 3 N. *æquabitur* 18. *&* *fit* 1 N. 16.

Nota eſt autem 3. *quoniam* 1 C. + 8 6 4 N. *æquatur* 5,400. *&* *fit* 1 N. 6. *differentia ſubquadrupla inter quadratum abs dato latere.* 5. *&* *quadratum abs.* 1. *vnde dignoſcitur ipſa, longitudo quæ adiecta longitudini.* 5. *facit* 6. *duplum ipſius* 3.

THEOREMA. III.

Si { B in A cubum bis — A quad. quad. } æquetur z plano-plano.

{ E plani cubus — Z plano-plano 4 in E planum } æquabitur z plano-plan. in B quad. 4.

Innoteſcat autem E planum eſſe D planum.

+ Lv. { B in A + Lv. { B quad. + D plano } — A quad. } in A q. æquabitur Lv. { (D plano in B) / (B quad. 4. + D plano 4.) + D plano ½ }

Conſtutione autem æqualitatis bene agnitâ, ſunt duo latera à quibus differentia quadrato-quadratorum, applicata differentiæ cuborum facit B bis: differentia vero inter quadratum aggregati laterum multati B, & ipſum B quadratum, relinquit D planum. & fit z plano-planum ex applicatione cubi à D plano, ad aggregatum quadruplum quadratorum a B plus D. & eſt A latus maius minúſue.

In ſerie quatuor continuè proportionalium, B bis eſt compoſita ex illis omnibus.

Z plano-planum quod fit ab vtrauis extremarum, in cubum compoſitæ ex tribus reliquis.

Et fit E planum ſeu D planum differentia ſubquadrupla inter quadratum aggregati extremarum, adiuncti triplo aggregati mediarum, & quadratum aggregati omnium.

Vnde L v. { B quad 4. + D plano 4. } eſt aggregatum extremarum, plus triplo aggregati mediarum, & fit A compoſita ex tribus primis ſiue ex tribus poſtremis.

Sint proportionales continuè 1. 2. 4. 8.

15 C. — 1 QQ. *æquatur* 2,744.

Igitur 21 N. — 1 Q. *æquabitur* 98 *& fit* 1 N. 7. *vel*. 14.

Nota eſt autem 21. *quoniam* 1 C. — 10,976 N. *æquatur* 617,400.

Et fit 1 N. 126. *differentia ſubquadrupla inter* 225. *&* 729.

Vnde dignoſcitur l. 729. *id eſt longitudo* 27. *quæ adiecta longitudini* 15. *facit* 42. *duplum ipſius* 21.

PROBLEMA. III.

AEqualitatem Quadrato-quadrati adfecti tam ſub Latere quam Quadrato, per medium Cubicæ Radicem habentis planam, ad Quadraticam deprimere.

Proponatur { A quadrato-quadratum. + G plano in A quad. bis. + B ſolido in A. } æquari Z plano-plano.

Oportet facere quod imperatum eſt.

Sane ſi quadratum effingatur abs
A quad.
+ G plano
+ E quad. $\frac{1}{2}$

erit illud {
A quad. quad.
+ G plan. plano.
+ G quad in A qu. bis.
+ E quad. quad. $\frac{1}{4}$
+ E quad. in A quad.
+ G plan. in E quad. }

Quoniam igitur ex ijs quæ propoſita ſunt, adhibita Metatheſi.

{ A quadrato-quadratum + G plano in A qudratum bis } æquatur { Z plano-plano — B ſolido in A. }

Vtrique igitur æquationis parti addatur id quod deficit ab effecto à ſtatutâ Radice plana quadrato, ergo hac æqualium, æqualibus additione, rurſum pars parti æqualis erit.

Iam vtraq; pars diuiditor ſub quadratice, illic reuocatâ ad Analyſin Geneſi, orietur manifeſto
A quadtatum.
+ G plano
+ E quad. $\frac{1}{2}$

Quod ſi altera quoque æqualitatis pars poſſet diuidi ſub quadraticè, quod orıretur, foret Radicibus illis planis ex prima parte ortiuis æquale.

Effingendum est igitur quadratum à Radice planâ, & illud alteri æqualitatis parti, id est z plano-plano vna cum suis adfectionibus comparandum & ad æquandum, vt Radices quoque comparentur & adæquentur inter se; & statuatur idcirco Radix illa plana effingendi quadrati $\frac{B\ \text{solidum}}{E\ \text{bis.}} - E\ \text{in}\ A$, sic enim in comparatione euanescent adfectiones sub A & gradibus, & incidetur in æqualitatem de E, quo tendendum est.

Effictum igitur quadratum erit.

$$\left.\begin{array}{l} +\frac{B\ \text{solido-solidum}}{E\ \text{quad. } 4.} \\ +E\ \text{quad. in } A\ \text{quad.} \\ -B\ \text{solido in } A. \end{array}\right\} \text{æquale} \left\{\begin{array}{l} Z\ \text{plano-plano.} \\ -B\ \text{solid. in } A \\ +G\ \text{plan. plano} \\ +E\ \text{quad. quad.} \frac{1}{4} \\ +E\ \text{quad. in } A\ \text{quad.} \\ +G\ \text{plan. in } E\ \text{quad.} \end{array}\right.$$

Et deletis vtrinque adfectionibus sub A & A quadrato.

$$\frac{B\ \text{solido-solidum}}{E\text{q.}4.} \ \text{æquabitur} \left\{\begin{array}{l} Z\ \text{plano-plano} \\ +G\ \text{plano-plano} \\ +E\ \text{quad. quad.} \frac{1}{4} \\ +G\ \text{plan in } E\ \text{quad.} \end{array}\right.$$

Et omnibus in E quadratum 4. ductis & rite ordinatis.

$$\left.\begin{array}{l} E\ \text{quadrati cubus} \\ +G\ \text{plano } 4 \text{ in } E\ \text{quadrati quad.} \\ \left.\begin{array}{l} +Z\ \text{plano-plano } 4. \\ +G\ \text{plano-plano } 4 \end{array}\right\} \text{in } E\ \text{quad.} \end{array}\right\} \text{æquabitur } B\ \text{solido-solido.}$$

Innotescat autem E esse D. $\left.\begin{array}{l} Aq. \\ +D\ \text{in}\ A \end{array}\right\}$ æquabitur $\left\{\begin{array}{l} \frac{B\ \text{solido}}{D\ 2} \\ -G\ \text{plano} \\ +D\ \text{quadrato} \frac{1}{2} \end{array}\right.$

Et si proponatur $\left.\begin{array}{l} A\ \text{quad. quad.} \\ +G\ \text{plano in } A\ \text{quadrat. bis} \\ -B\ \text{solido in } A \end{array}\right\}$ æquari z plano-plano.

Radix effingendi quadrati statuetur.

$$\left.\begin{array}{l} \frac{B\ \text{solidum}}{E\ \text{bis}} \\ -E\ \text{in } A \end{array}\right\} \text{comparanda} \left\{\begin{array}{l} A\ \text{quadrato} \\ +E\ \text{plano} \\ +E\ \text{quad.} \frac{1}{2} \end{array}\right.$$

Et si proponantur $\left.\begin{array}{l} A\ \text{quad. quad.} \\ -G\ \text{plano } A\ \text{quad. bis.} \\ -B\ \text{solido in } A. \end{array}\right\}$ æquari z plano-plano.

Radix plana effingendi quadrati statuetur.

$$\left.\begin{array}{l} \frac{B\ \text{solidum}}{E\ \text{bis.}} \\ +E\ \text{in } A \end{array}\right\} \text{comparanda.} \left\{\begin{array}{l} A\ \text{quadrato} \\ -G\ \text{plano} \\ +E\ \text{quad.} \frac{1}{2} \end{array}\right.$$

Et si proponatur $\left.\begin{array}{l} G\ \text{plan. in } A\ \text{quad. bis.} \\ +B\ \text{solido in } A \\ -A\ \text{quad. quad.} \end{array}\right\}$ æquari z plano-plano.

Inuersis adfectionum notis, Radix plana effingendi quadrati

ſtatuetur quoque $\left.\begin{array}{c}\dfrac{\text{B ſolidum}}{\text{E bis}}\\ +\text{E in A}\end{array}\right\}$ comparanda $\left\{\begin{array}{l}\text{A quadrato}\\ -\text{G plano}\\ +\text{E quadrato.}\ \tfrac{1}{2}\end{array}\right.$

Et ſi proponatur $\left.\begin{array}{l}\text{G plan. in A quad. bis.}\\ -\text{B ſolido in A}\\ -\text{A quad quadrato.}\end{array}\right\}$ æquari z plano-plano.

Inuerſis adfectionum notis, Radix plana effingendi quadrati ſtatuetur $\left.\begin{array}{c}\text{E in A}\\ \dfrac{+\text{B ſolido}}{\text{E bis.}}\end{array}\right\}$ comparanda $\left\{\begin{array}{l}\text{A quad.}\\ -\text{G plan.}\\ -\text{E quad.}\ \tfrac{1}{2}\end{array}\right.$

Et ſi proponatur denique $\left.\begin{array}{l}\text{B ſolidum in A}\\ -\text{G plano in A quad. bis}\\ -\text{A quad. quad.}\end{array}\right\}$ æqu. z pl. plano.

Inuerſis adfectionum notis Radix plana effingendi quadrati ſtaſtuetur $\left.\begin{array}{c}\text{E in A}\\ \dfrac{+\text{B ſolido}}{\text{E bis}}\end{array}\right\}$ comparanda $\left\{\begin{array}{l}\text{A quadrato}\\ +\text{G plano.}\\ +\text{E quad.}\ \tfrac{1}{2}\end{array}\right.$

Fit itaque omni caſu reductio quæ imperata eſt.

ALITER.

AEqualitatem Quadrato-quadrati affecti tam ſub Latere quam Quadrato, per medium Cubicæ Radicem habentis planam, ad Quadraticam reducere.

Proponatur $\left.\begin{array}{l}\text{A quad. quad.}\\ +\text{G plano in A quad.}\\ +\text{B ſolido in A}\end{array}\right\}$ æquari z plano-plano.

Oportet facere quod imperatum eſt.

Quoniam per ea quæ proponuntur facta Metatheſi,

A quad. quad. æquatur $\left\{\begin{array}{l}\text{Z plano-plano}\\ -\text{G plano in A quad.}\\ -\text{B ſolido in A.}\end{array}\right.$

Vtrobique addatur $\left\{\begin{array}{l}\text{E planum in A quad.}\\ +\text{E plano-plano.}\ \tfrac{1}{4}\end{array}\right\}$ pars igitur parti rurſus adæquabitur, & ab illa quidem quum diuiditur ſubquadratice, oritur $\begin{array}{l}\text{A quadratum}\\ +\text{E plano}\ \tfrac{1}{2}.\end{array}$ diuiditor igitur quoque altera pars ſub quadratice, & idcirco effingatur quadratum abs commoda Radice, & illud comparetur, & adæquetur altera illi pars, vtpote ſtatuitor Radix.

$\text{Lv.}\left\{\begin{array}{l}\dfrac{\text{B ſolidum}}{\text{E plan. 4.}}\\ -\text{G plan. 4.}\end{array}\right.\ -\text{Lv.}\left\{\begin{array}{l}\text{E plani}\\ -\text{G plano.}\end{array}\right\}$ in A quadratum.

Igitur $\frac{\text{B solido-solidum}}{\text{E plano, 4.} \; - \text{G plano 4.}}$
+ E plano
— G plano } in A quad.
— B solido in A
} æquabitur {
Z plano-plano.
— G plano in A quad.
— B solido in A,
+ E plano in A quad,
+ E plano-plano. $\frac{1}{4}$

Itaque — E plani cubus
— G plano in E plani quad.
+ Z plano-plano 4 in E plan.
} æquabitur { B solido-solido
+ Z plano-plan, in G. pl. 4.

E planum autem innotescat esse F planum.

Igitur
Lv. $\frac{\text{B solidum}}{\text{F plani 4.} \; - \text{G plano 4.}}$
— Lv. { F plani
— G plano } in A q
} æquabitur { A quadrato
+ F plano $\frac{1}{2}$

Et si proponatur A quad. quad.
+ G plano in A quad.
— B solido in A.
} æquari z plano-plano.

Radix plana effingendi quadrati statuetur

Lv. { E plani
+ G plano } in A q
Lv. $\frac{\text{— B solido}}{\text{E plani 4.} \; - \text{G plano 4}}$
} comparanda { E plano $\frac{1}{2}$
+ A quadrato.

Et si proponatur denique — B solidum in A
G plano in A quad.
— A quad. quad.
} æqu. z plano-plano.

Radix plana effingendi quadrati statuetur.

Lv. { E plani
— G plano } in A q.
Lv. $\frac{\text{+ B solido}}{\text{E plani 4.} \; - \text{G plano 4.}}$
} comparanda { E plano $\frac{1}{2}$
+ A quadrato.

Fit itaque omni casu reductio quæ imperata est.

Ac secundum priorem quidem formulam, ordinata sunt Theoremata hæc

THEOREMA. I.

Secundum priorem formulam.

Si A quad. quad.
+ G plano bis in A quad.
+ B solido in A.
} æquetur z plano-plano.

E quadrati cubus
+ G plano 4 in E quadrati quadratum
+ Z plano-plano 4
+ G plano-plano 4 } in E quadratum,
} æquetur B solido-solido.

Innotescat autem E esse D. $\left.\begin{array}{l}\text{A quad.}\\ +\text{D in A}\end{array}\right\}$ æquab. $\begin{array}{l}\dfrac{\text{B solido}}{\text{D bis}}\\ +\text{D quadrato } \frac{1}{2}\\ -\text{G plano.}\end{array}$

1 QQ. + 6 Q. + 880 N. *æquatur* 1, 800. *fit* 1 N 2.
1 C. + 12 Q. + 7, 236 N. *æquatur* 774, 400. *fit* 1 N. 64. *quadratum à Radice* 8.
1 Q. + 8 N. *æquabitur* 20. *fit* 1 N. 2.

THEOREMA II.

Si $\left.\begin{array}{l}\text{A quad. quad.}\\ +\text{G plano bis in A quad.}\\ -\text{B solido in A.}\end{array}\right\}$ æquatur Z plano-plano.

$\left.\begin{array}{l}\text{E quadrati cubus}\\ +\text{G plano-plano 4. in E quadrati quad.}\\ \left.\begin{array}{l}+\text{Z plano-plano 4.}\\ +\text{G plano-plano 4.}\end{array}\right\}\text{ in E quadratum}\end{array}\right\}$ æquatur B solido-solido.

Et E innotescat esse D. $\left.\begin{array}{l}\text{A quad.}\\ -\text{D in A}\end{array}\right\}$ æquabitur $\left\{\begin{array}{l}\dfrac{\text{B solido}}{\text{D 2}}\\ -\text{D quadrato}\\ -\text{G plano.}\end{array}\right.$

1 QQ + 6 Q − 880 N. *æquatur* 1, 800. *fit* 1 N. 10.
1 C + 12. Q + 7, 236 N *æquatur* 774, 400. *fit* 1 N. 64. *quadratum abs* 8.
1 Q − 8 N *æquatur* 20. *fit* 1 N. 10.

THEOREMA III.

Si $\left.\begin{array}{l}\text{A quad. quad.}\\ -\text{G plano bis in A quad.}\\ +\text{B solido in A}\end{array}\right\}$ æquetur Z plano-plano.

$\left.\begin{array}{l}\text{E quadrati cubus}\\ -\text{G plano 4. in E quadrati quad.}\\ \left.\begin{array}{l}+\text{Z plano-plano 4.}\\ +\text{G plano-plano 4.}\end{array}\right\}\text{ in E quad.}\end{array}\right\}$ æquet. B solido-solido.

Et E innotescat esse D, $\left.\begin{array}{l}\text{A quad.}\\ +\text{D in A.}\end{array}\right\}$ æquabitur $\left\{\begin{array}{l}\dfrac{\text{B solido}}{\text{D 2}}\\ -\text{D quad. } \frac{1}{2}\\ +\text{G plano.}\end{array}\right.$

1 QQ − 4 Q + 800 N. *æquatur* 1, 600 *fit* 1 N. 2.
1 C. − 8 Q + 6, 416 N. *æquatur* 640, 000. *fit* 1 N 64. *quadratum abs* 8.
1 Q + 8 N. *æquatur* 20. *fit* 1 N. 2.

THEO-

THEOREMA. IIII.

Si A quad.quad.
— G plano bis in A quad.
— B solido in A.
} æquetur Z plano-plano.

E quadrati cubus
— G plano 4. in E quadrati quadrat.
+ Z plano-plano 4. } in E quad.
+ G plano-plano 4.
} æquet. B solido-solidum.

Et E innotescat esse D. — A quad. — D in A } æquabitur $\frac{\text{B solido}}{\text{D 2.}}$ — D quad. $\frac{1}{2}$ + G plano.

1 QQ — 4 Q — 800 N. *æquatur* 1,600. *fit* 1 N. 10.
1 C — 8 Q + 6,416 N. *æquatur* 640,000. *fit* 1 N. 64. *quad. abs* 8.
1 Q — 8 N. *æquatur* 20. *fit* 1 N. 10.

THEOREMA V.

Si G planum bis in A quad.
+ B solido in A
— A quad.quad.
} æquetur Z plano-plano.

E quadrati cubus
— G plano 4. in E quadrati quad.
— Z plano-plano 4. } in E quad.
+ G plano plano 4.
} æquet B solido-solidum.

Et E innotescat esse D, — D in A — A quad. } æquabitur { D quad. $\frac{1}{2}$ — $\frac{\text{B solido}}{\text{D 2.}}$ — G plano

44. Q + 720 N. — 1 QQ. *æquatur* 1,600. *fit* 1 N. 10. *vel* 2.
1 C. — 88 Q — 4,464 N. *æquatur* 518,400. *fit* 1 N. 144. *quadratum abs* 12.
12 N. — 1 Q *æquatur* 20. *fit* 1 N. 10 *vel* 2.

THEOREMA VI.

Si G planum bis in A
— B solido in A
— A quad. quad.
} æquetur Z plano-plano.

E quadrati cubus.
— G plano 4. in E quadrati quad.
+ Z plano-plano 4. } in E quad.
— G plano-plano 4.
} æquet. B solido-solidum.

Et E innotescat esse D, D in A — A quad. } æquabitur { D quad. $\frac{1}{2}$ — G plano 4. — $\frac{\text{B solido}}{\text{D 2.}}$

114 Q. — 120 N. — 1 QQ. *æquatur* 200, *& fit* 1 N. 2. *vel* 10.
1 C — 228 Q + 12,196 N. *æquatur* 14,400. *fit* 1 N. 144. *quad. abs* 12.
12 N. — 1 Q. *æquatur* 20. *fit* 1 N. 10. *vel* 2.

THEOREMA VII.

Si B solidum in A
— G plano bis in A quad.
— A quad. quad.
} æquetur z plano-plano.

E quadrati cubus
+G plano 4 in E quadrati quadratum
—Z plano-plano 4. }
+G plano-plano 4. } in E quadratum.
} æquetur B solido-solido.

Et E innotescat esse D, D in A
- A quad. } æquabitur { D quad. $\frac{1}{2}$
+G plano. } $\frac{\text{-- B solido}}{\text{D 2.}}$

1,440 N. — 16 Q — 1 QQ. *æquatur* 2,800 *& fit* 1 N. 10. *vel* 2.
1 C. + 32 Q — 10,944 N. *æquatur* 2,073,600. *& fit* 1 N. 144. *quadratum abs* 12.
12 N. — 1 Q *æquatur* 20. *& fit* 1 N. 10 *vel* 2.

Ad posteriorem autem formulam pertinent quæ sequuntur.

THEOREMA. I.

Secundum posteriorem Formulam.

Si A quad. quad.
+G plano in A quad.
+B solido in A.
} æquetur z plano-plano.

E plani cubus
—G plano in E plani quad.
+Z plano 4. in E planum.
} æquetur B solido-solido
+ Z plano-plan. in G planum

Et innotescat E planum esse F planum.

A quad.
+Lv. { F plani
-G plano } in A q } æquabitur $\frac{\text{B solido}}{\text{Lv. \{ F plani 4. — G plano 4.}}$ — F plano $\frac{1}{2}$

1 QQ. + 6 Q. + 880 N. *æquatur* 1,800. *fit* 1 N. 2.
1 C — 6 Q. + 7,200 N. *æquatur* 817,600 *fit* 1 N. 70.
70 — 6 *est quadratum abs* 8.
1 Q. + 8 N. *æquabitur* 20 *fit* 1 N. 2.

THEOREMA. II.

Si A quad. quad.
+G plano in A quad.
—B solido in A
} æquetur z plano-plano.

E plani cubus
— G plano in E plani quad.
+ Z plano-plano 4 in E planum } æquetur { B solido-solido + Z plano-plano 4 in G planum.

Et innotescat E planum esse F planum.

–Lv. { A quadratum, F plani — G plano } in A q. } æquab. $\dfrac{\text{B solido}}{\text{Lv. \{ F plani 4. — G plano 4.}}$ — F plano $\frac{1}{2}$.

1 QQ. + 6 Q. — 800 N. *æquatur* 1, 800. *fit* 1 N. 10.
1 C. — 6 Q. + 7,200 N. *æquatur* 817, 600. *fit* 1 N. 70.
70 — 6 *est quadratum abs* 8.
1 Q — 8 N. *æquabitur* 20. *fit* 1 N. 10.

THEOREMA. III.

Si A quad. quad.
— G plano in A quad.
+ B solido in A } æquetur Z plano-plano.

E plani cubus.
+ G plano in E plani quad.
+ Z plano-plano 4 in E planum. } æquetur { B solido-solido — Z plano-plano 4. in G plan.

Et innotescat autem E planum esse F planum.

+Lv. { A quadratum, F plani — G plano } in A q. æqu. $\dfrac{\text{B solido}}{\text{Lv. \{ F plani 4. + G plano 4.}}$ — F plano $\frac{1}{2}$.

1 QQ. — 4 Q. + 800 N. *æquatur* 1,600. *fit* 1 N. 2.
1 C. + 4 Q. + 6,400 N. *æquatur* 614, 400. *fit* 1 N. 60.
60 + 4 *faciunt quadratum abs* 8.
1 Q + 8 N. *æquatur* 20. *fit* 1 N. 2.

THEOREMA IIII.

Si A quad. quad.
— G plano in A quad.
— B solido in A } æquetur Z plano-plano.

E plani cubus
+ G plano in E plani quad.
+ Z plano-plano 4. in E plan. } æquetur { B solido-solido + Z plano-plano 4 in G planum.

Et innotescat E planum esse F planum.

—Lv. { A quadratum, F plani + G plano } in A q. } æquab. $\dfrac{\text{B solido}}{\text{Lv. \{ F plani. 4. + G plano 4.}}$ — F plano $\frac{1}{2}$.

1 QQ. — 4 Q. — 800 N. *æquetur* 1, 600. *fit* 1 N. 10.
1 C. + 4 Q. + 64 N. *æquatur* 614,400. *fit* 1 N. 60.
60 + 4. *est quadratum abs* 8.

1 Q. — 8 N. *æquatur* 20. *fit* 1 N. 10.

THEOREMA V.

Si G planum in A quad.
\+ B solido in A.
— A quad. quad.
} æquetur Z plano-plano.

E plani cubus
\+ G plano in E plani quad.
— Z plano-plano 4 in F planum
} æquetur { B solido-solido.
\+ Z plano-plano 4 in G plan.

Et innotescat E planum esse F planum.

Lv. { F plani
\+ G plano } in A qu.
— A quadrato
} æquabitur F plano $\frac{1}{2}$ — B solido / Lv. F plano 4. + G lano. 4.

44 Q. + 720 N. — 1 QQ. *æquatur* 1,600. *fit* 1 N. 10. *vel* 2.

1 C. + 44 Q. — 6,400 N. *æquatur* 800,000. *fit* 1 N. 100.

100 + 44. *est quadratum abs* 12.

12 N — 1 Q. *æquabitur* 20 *fit* 1 N. 10 *vel* 2.

THEOREMA VI.

Si G planum in A quad.
— B solido in A
— A quad. quad.
} æquetur Z plano-plano.

E quadrati cubus
\+ G plano in E plani quadratum
— Z plano-plano 4. in E planum
} æquetur { B solido-solido.
\+ Z plano-plano 4. in G plan.

Et E planum innotescat esse F planum.

Lv. { F plani
\+ G plano } in A q.
— A quadrato.
} æquabitur F plano $\frac{1}{2}$ + B solido / Lv. { F plani 4. + G plano 4.

114 Q. — 120 N. — 1 QQ. *æquatur* 200. *fit* 1 N. 2. *vel* 10.

1 C. + 144 Q — 800 N. *æquatur* 105,600. *fit* 1 N. 30.

30 + 114. *facit quadratum abs* 12.

12 N. — 1 Q. *æquatur* 20. *fit* 1 N. 2. *vel* 10.

THEOREMA VII.

Si B solido in A
— G plano in A quad.
— A quad. quad.
} æquetur Z plano-plano.

E plani cubus
— G plano in E plani quad.
— Z plano-plano 4. in E planum
} æquetur { B solido-solido
— Z plano-plano 4. in G plan.

Et E planum innotescat esse F planum.

Lv. { F plani / —G plano } in A q. / —A quadrato } æquabitur F plano ½ — B ſolido / Lv. { F plani 4. / —G plano 4. }

1, 440 N. — 16 Q. — 1 QQ *æquatur* 2800. *fit* 1 N. 2 *vel* 10.

1 C. — 16 Q — 11, 200 N. *æquatur* 1, 894, 400. *fit* 1 N. 160.

160 — 16 *facit quadratum abs* 12.

12 N. — 1 Q *æquatur* 20. *fit* 1 N. 2. *vel* 10.

Et quid attinet reliquas metatheſes perſequi, quum adfectiones ſub cubo euaneſcant expurgatione per vncias quadrantes. Hæc itaque ſunto ſatis ſuperque.

Quemadmodum Æquationes Cubicæ deprimuntur ad Quadraticas à Radice ſolida.

ſeu

De Duplicata Hypoſtaſi.

CAP. VII.

AEquè modus tranſmutandi qui dicitur Duplicata Hypoſtaſis, non minus elegans eſt & impendioſus, ad exhibendas Radicum Aſymmetrias in cubis aliquot ſub latere affectis, ac Zeteſin nouam inſtituendi cura, ex agnita ſingulari de qua initio præcedentis capitis monuimus, cuborum illorum conſtitutione.

Sequentia itaque iuuabit ſubiunxiſſe Problemata.

PROBLEMA I.

CVbum adfectum ſub Latere adfirmatè, ad Quadratum Radicem habens ſolidam, idemque adfectum, reducere.

Proponatur A cubus + B plano ter in A } æquari Z ſolido bis.

Opprtet facere quod propoſitum eſt.

E quadratum + A in E. } æquetur B plano.

Vnde B planum ex huiuſmodi æquationis conſtitutione, intelligitur rectangulum ſub duobus Lateribus quorum minus eſt E,

differentia à maiore A. igitur (B planum — E quad) / E erit A.

Quare
B plano-plano-planum.
— E quad. in B plano-planum ter
+ E quad. quad. in B planum ter
— E cubo-cubo
/ E cubo.
+ B plano plano ter
— B plano in E quad ter
/ E
} æquabitur z solido bis.

Et omnibus per E cubum ductis, & ex arte concinnatis.

E cubi quadratum
+ Z solido bis in E cubum } æquabitur B plani cubo.

Quæ æquatio est quadrati affirmate affecti, Radicem habentis solidam; facta itaque reductio est quæ imperabatur.

Consectarium.

Itaque si. A cubus
+ B plano ter } æquetur z solido bis.

L { B plano-plano-plani
+ Z solido solido. } æquetur D cubo.
— Z solido.

B planum
— D quadrat.
/ D } fit A de qua quæritur.

Si 1 C. + 81 N. *æquetur* 702.
quoniam l. 19, 683. + 123, 201 *seu* 142, 884, *seu denique* 378.
multatus solido 351. *est* 27 *cubus à Latere* 3.
Ideo 27 *seu* 6 *est* 1 N. *de qua quæritur.*
— 9
/ 3

Aliter & secundo.

E quadratum
— A in E. } æquetur B plano.

Vnde B planum ex huiusmodi æquationis constitutione, intelligitur rectangulum sub duobus lateribus, quorum maius est E, excessus vero eiusdem supra minorem A. igitur

E quadratum
— B plano
/ E } æquabitur A.

Quare per ea quæ proponuntur, omnibus ex arte concinnatis.

E cubi quadratum
— Z solido bis in E cubum } æquabitur B plani cubo.

Quæ æquatio est quadrati negate adfecti, Radicem habentis so-

lidam. Facta itaque est rursus reductio quæ imperabatur.

Consectarium secundum.

Itaque si $\left.\begin{array}{l}\text{A cubus}\\ + \text{B plano ter in A.}\end{array}\right\}$ æquetur Z solido bis.

$$\text{L}\left\{\begin{array}{l}\text{B plano-plano-plani}\\ + \text{Z solido-solido.}\end{array}\right\} + \text{Z solido} \quad \text{æquetur G cubo.}$$

$$\frac{\text{G quadratum} - \text{B plano}}{\text{G}} \quad \text{æquabitur A.}$$

Si 1 C + 81 N. *æquetur* 702.
quoniam 378. *plus* 351 *est* 729. *Cubus à Latere* 9. *ideo* $\frac{81 - 27}{9}$ *seu* 6. *est* 1 N. *de qua quæritur.*

Consectarium.

E duobus antedictis consectariis.

Denique sunt duo latera vnum idemque minus D, alterum idemque maius G, quorum differentia est A de qua quæritur.

$$\text{Itaque L v c. L}\left\{\begin{array}{l}\text{B plano-plano-plani}\\ + \text{Z solido-solido.}\end{array}\right\} + \text{Z solido.}$$

$$- \text{L v c. L}\left\{\begin{array}{l}\text{B plano-plano-plani}\\ + \text{Z solido-solido}\end{array}\right\} - \text{Z solido.}$$

Est A quæsita.

Si 1 C + 6 N. *æquetur* 2.
L c 4 — L c 2. *est* 1 N *de qua quæritur.*

PROBLEMA II.

CVbum adfectum sub Latere negatè, ad planum sub Radice solida negatum de Quadrato, reducere.

Oportet autem in æquatione propositâ, cubum e triente coefficientis adfectionis, cedere solidi comparationis sub-quadruplo quadrato.

Proponatur $\left.\begin{array}{l}\text{A cubus}\\ - \text{B plano ter in A}\end{array}\right\}$ æquari Z solido bis.

Oportet facere quod propositum est.

$\left.\begin{array}{l}\text{A in E}\\ - \text{E quadrato}\end{array}\right\}$ æquetur B plano.

Vnde B planum ex huiusmodi æquationis constitutione, inteligitur rectangulum sub duobus lateribus, quorum maius minus-

ue est E, summa vero minoris ac maioris A.

Igitur $\frac{\text{B planum} + \text{E quadrato}}{\text{E}}$ æquabitur A.

Quare $\dfrac{\text{B plano-plano-planum.} + \text{E quad.in B plano-planum ter} + \text{E quad.quad.in B planum ter} + \text{E cubo-cubo.}}{\text{E cubo.}} - \dfrac{\text{B plano-plano ter} - \text{B plano in E quad. ter}}{\text{E}}$ æquabitur z solido bis.

Et omnibus per E cubum ductis, & ex arte concinnatis.

Z solidum bis in E cubum — E cubi quadrato. æquabitur B plani cubo.

Quæ æquatio est plani sub Radice solida, negati de quadrato. Facta itaque est Reductio quæ imperabatur.

Apparet autem ex æquationis illius ad quam reductio facta est proprietate, z solidi quadratum præstare debere B plani cubo: quo pertinet apposita lex problemati.

Consectarium.

Itaque si A cubus — B plano ter in A æquetur z solido bis.

Lvc. Z solidi + L $\left\{\begin{array}{l}\text{Z solido-solidi}\\ -\text{B plano-plano-plano.}\end{array}\right.$

+ Lvc. Z solidi — L $\left\{\begin{array}{l}\text{Z solido-solidi}\\ -\text{B plano-plano-plano.}\end{array}\right.$

Est A de qua quæritur.

Si 1 C. — 81 N. *æquetur* 756.

Quoniam 378 + 351. *est* 729, *cubus à latere* 9.

Ideo 9 + 3 *id est* 12. *est* 1 N. *de quâ quæritur.*

De Canonica Æquationum Transmutatione, vt coefficientes sub-graduales sint quæ præscribuntur.

CAP. VIII.

AD impendia quoque logistica confert æquationes ita præparare, vt coefficientes æquationum vel comparationum homogenea sint quæ præscribuntur, quod libere licet ex Canoni-

ca

câ transmutandi doctrina. Statuitor coefficiens vnitas, vsus igitur impendij vel ex eo liquet, quod potestates adfectæ sub vnitate & gradu quocunque, (si modo Radix est numerus.) non aliter resoluuntur ac si essent puræ. neque enim negotium conturbat habenda alioqui (sed quæ ex isthoc opere, salua fit.) Parabolarum quarum quæque vnitas est, ratio.

Et si Radix inuenta non est numerus, ipsam Radicem de qua quæritur non esse numerum statim conuincitur.

I C + I N. æquatur 10. quoniam proximus cubus est 8. cuius Radix est 2, quæ ducta in vnitatem & adiuncta 8. facit 10. ideo Radix quæsita est 2.

Aequè I C — I N æquetur 24. quoniam proxime minor cubus est 8, cuius Radix est 2. & adscita vnitate 3. sub qua & vnitate facto solido, quum multatur cubus ex 3. relinquitur 24. ideo Radix quæsita est 3.

Proponatur autem I C. + I N. æquari 9. quoniam proximus cubus est 8, cuius Radix est 2. qua ducta in vnitatem & adiuncta 8, facit 10. non etiam 9. ideo I N est Radix irrationalis.

Æque I C — I N. æquetur 25. quoniam proxime minor cubus est 8. cuius Radix est 2. & adscita vnitate 3. sub quâ & vnitate facto solido quum multatur cubus ex 3. relinquitur 24, non etiam 25. ideo I N est irrationalis.

Oportet autem ad huiusmodi instituendæ transmutationis opus, coefficientem quæ imperatur coefficienti æquationis propositæ esse congenerem, & si quidem Radix æquationis propositæ est eiusdem quoque generis, concedetur esse vt coefficiens propositæ æquationis, ad coefficientem imperatam, ita Radix de qua quærebatur, ad nouam statuendam Radicem.

Sin coefficiens gradui Radicis genere communicet, concedetur esse vt coefficiens propositæ æquationis, ad coefficientem imperatam, ita gradus æque-altus Radicis de qua quærebatur. ad gradum æque altum nouæ statuendæ Radicis.

Et per resolutionem concessi Analogismi, exhibebitur sub nouâ specie valor Radicis quæsitæ, & sua proposita æqualitas dirigetur, & ordinabitur noua.

Quod, vt vno aut altero exemplo fiat apertius.

Proponatur $\left.\begin{array}{l}A \text{ cubus}\\ + B \text{ in } A \text{ quad}\end{array}\right\}$ æquari z ſolido.

Placeat autem æquationem ita tranſmutare, vt adfectio maneat quidem ſub quadrato, ipſaque adfirmetur, ſed coefficiens ſit X non etiam B. Eſto vt B ad X, ita A ad E. ergo $\frac{B \text{ in } E}{X}$ erit A

Quare ſecundum ea quæ proponuntur

$$\left.\begin{array}{l}\frac{B \text{ cubus in } E \text{ cubum}}{X \text{ cubo}}\\ + \frac{B \text{ cubo in } E \text{ quad.}}{X \text{ quad.}}\end{array}\right\} \text{æquabitur z ſolido.}$$

Et omnibus per X cubum ductis, & B cubum diuiſis.

$$\left.\begin{array}{l}E \text{ cubus}\\ + X \text{ in } E \text{ quadratum}\end{array}\right\} \text{æquabitur } \frac{X \text{ cubo in z ſolidum}}{B \text{ cubo.}}$$

Ipſum igitur factum eſt quod oportuit.

Proponatur 1 C. + 20 *Q æquari* 96,000.

1 C + 1 *Q æquabitur* 12. *& fit* 1 N. 2.

Vnde fit Radix primum quæſita 40.

Aliud.

Proponatur $\left.\begin{array}{l}A \text{ cubus}\\ - B \text{ quad in } A\end{array}\right\}$ æquari z ſolido.

Placeat autem æquationem ita tranſmutare, vt affectio quidem maneat ſub latere, ipſaque negetur, ſed coefficiens ſit X quadratum, non etiam B quadratum. Eſto vt B quad. ad X quad. ita A quad. ad E quad. & conſequenter vt B ad X ita A ad E. ergo

$\frac{B \text{ in } E}{X}$ erit A

Quare ſecundum ea quæ proponuntur

$$\left.\begin{array}{l}\frac{B \text{ cubus in } E \text{ cubum}}{X \text{ cubo}}\\ - \frac{B \text{ cubo in } E}{X}\end{array}\right\} \text{æquabitur z ſolido.}$$

Et omnibus per X cubum ductis, & B cubum diuiſis.

$$\left.\begin{array}{l}E \text{ cubus}\\ - X \text{ quadrato in } E\end{array}\right\} \text{æquabitur } \frac{X \text{ cubo in z ſolidum}}{B \text{ c.}}$$

Ipſum igitur factum eſt quod oportuit.

Proponatur 1 C — 144 N. *æquari* 10, 368.

1 C — 1 N. *æquabitur* 6. *& eſt* 1 N 2.

Vnde fit Radix primum quæſita 4.

Neque vero opus aliter fit in præſcriptis comparationum homogeneis, conceditur nimirum eſſe, vt magnitudo æqualis poteſtati quæ proponitur adfectæ, ad magnitudinem præſcriptam æque-altam & homogeneam, ita Poteſtas Radicis de quâ quæreba-

tur ad Poteſtatem nouæ ſtatuendæ Radicis: & per reſolutionem conceſſi Analogiſmi, exhibetur ſub noua ſpecie valor Radicis quęſitæ, & propoſita æqualitas dirigetur, & ordinabitur noua. Exempli cauſa:

Proponatur $\left.\begin{matrix}\text{A cubus}\\ +\text{B plano in A}\end{matrix}\right\}$ æquari z cubo.

Placeat autem æquationem ita tranſmutare, vt poteſtas adfirmate adfecta ſub Radice & coefficiente plano, comparetur D cubo. conceditor eſſe vt z ad D, ita A ad E. ergo $\frac{\text{Z in E}}{\text{D}}$ erit A.

Quare $\left.\begin{matrix}\frac{\text{Z cubus in E cubum}}{\text{D cubo.}}\\ -\text{B}\ \frac{\text{plano in z in E}}{\text{D}}\end{matrix}\right\}$ æquabitur z cubo.

Et omnibus in D cubum ductis, & per z cubum diuiſis.

E cubus $+\ \frac{\text{B plano in D quad. in E}}{\text{Z quad.}}$ æquabitur D cubo.

Ipſum igitur factum eſt quod oportuit.

Proponatur 1 C. + 860 N. *æquari* 1,728.

1 C. + 215 N. *æquabitur* 216. *&* *eſt* 1. N. 1.

Vnde fit Radix primum quæſita. 2.

Anomala Æquationum aliquot Cubicarum ad Quadraticas aut etiam ſimpliciores Reductio.

CAP. IX.

PRæparandarum igitur æquationum ſolennes modi ita ſe habent. De irregularibus autem non ſtatuuntur præcepta, quoniam Anomalia illa non magis finita eſt, quam Artificis in indagando vis & ſolertia. ad excitandum tamen eam vim & ſolertiam, oportunum eſt ſingularia aliquot æquationum conſtitutiua & reductiua Theoremata adnotaſſe, inſignem aliquam Emphaſin vel elegantiam præ ſe ferentia; qualia iam ſequuntur.

PROPOSITIO I.

Si $\left.\begin{matrix}\text{A cubus}\\ -\text{B quadrato bis in A}\end{matrix}\right\}$ æquetur B cubo.

$\left.\begin{matrix}\text{A quadratum}\\ -\text{B in A}\end{matrix}\right\}$ æquabitur B quadrato.

Ex ijs enim quæ proponuntur manifestum fit per Antithesin, A cubum æquari $\begin{matrix} B\ cubo \\ +B\ quadrato\ bis\ in\ A. \end{matrix}$ & addendo vtriq; parti B cubum

$\left.\begin{matrix} A\ cubum \\ +B\ cubo \end{matrix}\right\}$ æquari $\left\{\begin{matrix} B\ cubo\ bis \\ +B\ quadrato\ bis\ in\ A. \end{matrix}\right.$

Omnia applicentur ad A + B, illic oritur

$\begin{matrix} A\ quad. \\ -B\ in\ A \\ +B\ quadrato. \end{matrix}$

hic B quad. bis. & consequenter abiecto vtrinque B quadrato.

$\left.\begin{matrix} A\ quad. \\ -B\ in\ A \end{matrix}\right\}$ æquabitur B quadrato.

Si 1 C. — 18 N. *æquetur* 27. *igitur*
1 Q — 3 N *æquabitur* 9.

PROPOSITIO II.

Si $\left.\begin{matrix} B\ quad\ bis\ in\ A \\ -A\ cubo \end{matrix}\right\}$ æquetur B cubo.

$\left.\begin{matrix} A\ quadratum \\ +B\ in\ A \end{matrix}\right\}$ æquabitur B quadrato.

Ex ijs enim quæ proponuntur manifestum fit per Antithesin, A cubum ęquari $\begin{matrix} B\ quad.\ bis\ in\ A \\ -B\ cubo \end{matrix}$ & auferēdo vtriq; parti B cubum.

$\left.\begin{matrix} A\ cubum \\ -B\ cubo \end{matrix}\right\}$ æquari $\begin{matrix} B\ quadrato\ bis\ in\ A. \\ -B\ cubo\ bis \end{matrix}$

Omnia applicentur ad A — B. illic oritur

$\begin{matrix} A\ quad. \\ +B\ in\ A \\ +B\ quad. \end{matrix}$ hic B quadr. bis. & consequenter abiecto vtrinque B quadrato.

$\left.\begin{matrix} A\ quad. \\ +B\ in\ A \end{matrix}\right\}$ æquabitur B quadrato.

Si 18 N. — 1 C. *æquetur* 27. *igitur*
1 Q — 3 N. *æquabitur* 9.

PROPOSITIO III.

Si $\left.\begin{matrix} A\ cubus \\ -B\ quad.\ ter\ in\ A \end{matrix}\right\}$ æquetur B cubo bis.

B dupla, est ipsa A de qua quæritur.

Quoniam enim B dupla, est ipsa A de qua quæritur, ergo ex ijs quæ proponuntur $\left.\begin{matrix} B\ cubus\ 8 \\ -B\ quad.\ in\ B\ 6. \end{matrix}\right\}$ æquabitur B cubo bis. quod quidem ita se habet.

1 C. — 12 N. *æquetur* 16. *fit* 1 N 4.

PROPOSITIO IIII.

Si B quadratum ter in A
— A cubo } æquetur B cubo bis.

B est ipsa A de qua quæritur.

Quoniam enim B est ipsa A de quâ quæritur, ergo ex ijs quæ proponuntur

B quad. in B ter
— B cubo } æquabitur B cubo bis. quod quidem ita se habet.

6 N — 1 C *æquatur l.* 32. *fit* 1 N 2.

PROPOSITIO V.

Si A cubus
— B in A quad.
+ D plano in A } æquet. B in D plan. ipsa B est A de qua quæritur.

Quoniam enim B est A de qua quæritur: ergo ex ijs quæ proponuntur

B cubus
— B in B quadrat.
+ D plano in B } æquab. B in D plan. quod quidem manifesto ita se habet.

1 C — 4 Q. + 5 N *æquatur* 20. *facto ex* 4 *in* 5. *ergo* 1 N *est* 4.

PROPOSITIO. VI.

Si A cubus
+ B in A quad
— D quad. in A } æquetur B in D quadratum, ipsa D est A de qua quæritur.

Quoniam enim ipsa D est A de qua quæritur, ergo ex ijs quæ proponuntur,

D cubus
+ B in D quad.
— D quad. in D. } æquabitur B in D quadratum.

Quod quidem manifesto ita se habet.

1 C. + 5 Q — 4 N. *æquatur* 20. *facto ex* 5. *in* 4. *ergo* 1 N. *fit l.* 4.

PROPOSITIO VII.

Si B in A quad.
+ D quad. in A
— A cubo } æquetur D quadratio in B, ipsa B vel D, est A de qua quæritur.

Quoniam enim ipsa B est A de qua quæritur, ergo ex ijs quæ proponuntur $\left.\begin{array}{l}\text{B cubus}\\ +\text{D quad in B}\\ -\text{B cubo}\end{array}\right\}$ æquabitur B in D quadratum.

Quod quidem ita manifesto se habet.

Rursus quoniam ipsa D est A de qua quæritur, ergo ex ijs quæ proponuntur, $\left.\begin{array}{l}\text{B in D quad.}\\ +\text{D cubo}\\ -\text{D cubo}\end{array}\right\}$ æquabitur D quadrato in B.

Quod quidem ita quoque manifesto se habet.

6 Q. + 4 N. — 1 C. æquatur 24. fit 1 N. 6. vel 2.

PROPOSITIO VIII.

$$\text{Si }\left.\begin{array}{l}\text{D in A quad.}\\ +\text{B in D in A}\\ -\text{A cubo}\end{array}\right\}\text{ æquetur B cubo }\left.\begin{array}{l}\text{D in A}\\ +\text{B in A}\\ -\text{A quad.}\end{array}\right\}\text{ æquabitur B quadr.}$$

Ex ijs enim quæ proponuntur, manifestum fit per Antithesin.

$$\left.\begin{array}{l}\text{B cubum}\\ +\text{A cubo}\end{array}\right\}\text{ æquari }\left\{\begin{array}{l}\text{D in A quad.}\\ +\text{D in B in A.}\end{array}\right.$$

Vtraque pars applicetur ad A + B, ergo

$$\left.\begin{array}{l}\text{A quad.}\\ -\text{B in A.}\\ +\text{B quadrato.}\end{array}\right\}\text{ æquabitur D in A.}$$

Et per Antithesin, $\left.\begin{array}{l}\text{D in A}\\ +\text{B in A}\\ -\text{A quad.}\end{array}\right\}$ æquabitur B quadrato.

Si 10 Q. + 20 N. — 1 C. æquetur 8. quia latus cubicum 8. ductum in 10. facit 20. Igitur 12 N. — 1 Q. æquabitur 4. & fit 1 N. 6 — l 32. vel 6 + l 32.

PROPOSITIO IX.

$$\text{Si }\left.\begin{array}{l}\text{A cubus}\\ -\text{D in A quad.}\\ +\text{D in B in A.}\end{array}\right\}\text{ æquetur B cubo.}$$

$$\left.\begin{array}{l}\text{D in A}\\ -\text{B in A}\\ -\text{A quad.}\end{array}\right\}\text{ æquabitur B quadrato.}$$

Ex ijs enim quæ proponuntur manifestum fit per Antithesin, quum A intelligitur maior quam B,

$$\left.\begin{array}{l}\text{A cubum}\\ -\text{B cubo}\end{array}\right\}\text{ æquari }\left\{\begin{array}{l}\text{D in A quad.}\\ -\text{D in A in B.}\end{array}\right.$$

Vtraque pars æqualitatis applicetur ad A — B.

$$\text{Igitur} \left.\begin{array}{l}\text{A quad.}\\ +\text{B in A}\\ +\text{B quadrato}\end{array}\right\} \text{æquabitur D in A.}$$

$$\text{Et per Antithesin} \left.\begin{array}{l}\text{D in A}\\ -\text{B in A}\\ -\text{A quad.}\end{array}\right\} \text{æquabitur B quadrato.}$$

Atqui quum B intelligitur maior quam A.

$$\left.\begin{array}{l}\text{B cubus}\\ -\text{A cubo}\end{array}\right\} \text{æquabitur} \left\{\begin{array}{l}\text{D in A in B}\\ -\text{D in A quad.}\end{array}\right.$$

Vtraque pars æqualitatis applicetur ad B — A.

$$\left.\begin{array}{l}\text{B quadrat.}\\ +\text{A quad.}\\ +\text{B in A}\end{array}\right\} \text{æquabitur D in A. vt ante.}$$

Si 1 c — 10 Q. + 20 N. *æquetur* 8. *quia l* c. 8. *ductum in* 10. *facit* 20.
Igitur, 8 N. — 1 Q. *æquabitur* 4. *& fit* 1 N. 4 — *l* 12. *vel* 4. + *l* 12.

PROPOSITIO X.

$$\text{Si} \left.\begin{array}{l}\text{A cubus}\\ -\text{B plano ter in A}\end{array}\right\} \text{æquetur L. B plano-plano-plani bis.}$$

$$\left.\frac{\text{L. B plani ter} + \text{L. B plani 1.}}{\text{L. 2}}\right\} \text{fit A de qua quæritur.}$$

$$\text{Quoniam enim} \left.+\frac{\text{L. B plani ter} + \text{L. B plani 1}}{\text{L. 2}}\right\} \text{est ipsa A de qua quæritur.}$$

Ideo ex ijs quæ proponuntur

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{\begin{array}{l}\text{L. B plano plano-plani 27.}\\ +\text{L. B plano plano-plani 81.}\\ +\text{L. B plano-plano-plani 27.}\\ +\text{L. B plano-plano-plani 1.}\end{array}}{\text{L. 8.}}\\ \dfrac{\begin{array}{l}-\text{L. B plano-plano-plani 27.}\\ -\text{L. B plano plano-plani 9.}\end{array}}{\text{L. 2}}\end{array}\right\} \text{æquatur L B plano-plano-plani 2.}$$

Quod quidem ita se habet, subducendo in prima æqualitatis parte ab æqualibus æqualia.

1 c — 6 N. *æquatur* 4.
Igitur l 3 + 1. *fit* 1 N.

PROPOSITIO XI.

$$\text{Si} \left.\begin{array}{l}\text{B planum ter in A}\\ -\text{A cubo}\end{array}\right\} \text{æquetur L. B plano-plano-plani bis.}$$

$$\left.\frac{\text{L. B plani ter} - \text{L. B plani 1}}{\text{L. 2}}\right\} \text{fit A de qua quæritur}$$

Vt apparet, insequendo vestigia antecedentis demonstrationis.

6 N. — 1 C. *æquatur* 4.

Igitur l 3 — 1. *fit* 1 N. *eaque minor, altera est* 2.

Similium Reductionum continuatio.

CAP. X.

PROPOSITIO I.

Si $\left.\begin{array}{l}\text{A cubus}\\ +\text{B in A quad ter}\\ +\text{B plano in A.}\end{array}\right\}$ æquetur $\left\{\begin{array}{l}\text{B cubo bis}\\ -\text{D plano in B.}\end{array}\right.$

$\left.\begin{array}{l}\text{A quad.}\\ +\text{B in A bis}\end{array}\right\}$ æquetur $\left\{\begin{array}{l}\text{B quadrato bis.}\\ -\text{D plano.}\end{array}\right.$

Quoniam enim $\left.\begin{array}{l}\text{A quad.}\\ +\text{B in A bis.}\end{array}\right\}$ æquatur $\begin{array}{l}\text{B quadrato bis}\\ -\text{D plano.}\end{array}$

Ductis igitur omnibus in A.

$\left.\begin{array}{l}\text{A cubus}\\ +\text{B in A quad bis}\end{array}\right\}$ æquabitur $\left\{\begin{array}{l}\text{B quad in A 2.}\\ -\text{D plano in A}\end{array}\right.$

Et ijsdem ductis in B. $\left.\begin{array}{l}\text{B in A quad.}\\ +\text{B quad. in A bis}\end{array}\right\}$ æquabitur $\left\{\begin{array}{l}\text{B cubo bis}\\ -\text{D plano in B}\end{array}\right.$

Iungantur ducta æqualia, æqualibus.

$\left.\begin{array}{l}\text{A cubus}\\ +\text{B in A quad. ter}\\ +\text{B quad. in A bis}\end{array}\right\}$ æquabitur $\left\{\begin{array}{l}\text{B quad. in A bis}\\ -\text{D plano in A.}\\ +\text{B cubo bis}\\ -\text{D plano in B.}\end{array}\right.$

Et deleta vtrinque adfectione B quad. in A bis. & ad æqualitatis ordinationem, translatâ per Antithesin D plani in A adfectione.

$\left.\begin{array}{l}\text{A cubus}\\ +\text{B in A quad. ter}\\ +\text{D plano in A.}\end{array}\right\}$ æquabitur $\left\{\begin{array}{l}\text{B cubo bis}\\ -\text{D plano in B.}\end{array}\right.$

Quod quidem ita se habet.

1 C + 30 Q. + 44 N. *æquatur* 1,560.

Igitur 1 Q + 20 N. *æquabitur* 156. *& fit* 1 N. 6.

PROPOSITIO II.

Si $\left.\begin{array}{l}\text{A cubus}\\ +\text{B in A quad 3.}\\ -\text{D plano in A}\end{array}\right\}$ æquetur $\left\{\begin{array}{l}\text{B cubo bis.}\\ +\text{D plano in B}\end{array}\right.$

$\left.\begin{array}{l}\text{A quad}\\ +\text{B in A bis}\end{array}\right\}$ æquabitur $\left\{\begin{array}{l}\text{B quad bis}\\ +\text{D plano.}\end{array}\right.$

Quoniam enim $\left.\begin{array}{l}\text{A quad.}\\ +\text{B in A bis}\end{array}\right\}$ æquatur $\left\{\begin{array}{l}\text{B quad. bis}\\ +\text{D plano.}\end{array}\right.$

Ductis igitur omnibus in A.

$$\left.\begin{array}{l}\text{A cubus}\\ +\text{B in A quad. 2.}\end{array}\right\}\text{ æquabitur }\left\{\begin{array}{l}\text{B quad. in A bis}\\ +\text{D plano in A.}\end{array}\right.$$

Et ductis iisdem in B. $\left.\begin{array}{l}\text{B in A quad.}\\ +\text{B quad in A bis}\end{array}\right\}\text{ æquabitur. }\left\}\begin{array}{l}\text{B cubo bis.}\\ +\text{D plano in B.}\end{array}\right.$

Iungantur ducta æqualia æqualibus.

$$\left.\begin{array}{l}\text{A cubus}\\ +\text{B in A quad. ter}\\ +\text{B quad. in A bis}\end{array}\right\}\text{ æquabitur }\left\{\begin{array}{l}\text{B quad. in A bis}\\ +\text{D plano in A.}\\ +\text{B cubo bis.}\\ +\text{D plano in B.}\end{array}\right.$$

Et deleta vtrinque affectione B quadrati in A bis, & ad ordinationem æqualitatis, translata per Antithesin D plani in A adfectione.

$$\left.\begin{array}{l}\text{A cubus}\\ +\text{B in A quad. ter}\\ -\text{D plano in A.}\end{array}\right\}\text{ æquabitur }\left\{\begin{array}{l}\text{B cubo bis}\\ +\text{D plano in B.}\end{array}\right.$$

Quod quidem ita se habet.

1 C + 30 Q. — 24 N. *æquetur* 2,240.

Igitur 1 Q. + 20 N. *æquatur* 224. *& fit* 1 N. 8.

PROPOSITIO III.

Si $\left.\begin{array}{l}\text{A cubus}\\ -\text{B in A quad. ter}\\ +\text{D plano in A.}\end{array}\right\}\text{ æquetur }\left\{\begin{array}{l}\text{D plano in B.}\\ -\text{B cubo bis.}\end{array}\right.$

Et sit B quad. ter, maius D plano.

$$\left.\begin{array}{l}\text{B in A bis}\\ -\text{A quad.}\end{array}\right\}\text{ æquetur }\left\{\begin{array}{l}\text{D plano.}\\ -\text{B quad. 2.}\end{array}\right.$$

Quoniam enim $-\left.\begin{array}{l}\text{B in A 2.}\\ \text{A quad.}\end{array}\right\}\text{ æquatur }\left\{\begin{array}{l}\text{D plano}\\ -\text{B quad. 2.}\end{array}\right.$

Ductis omnibus in B — A

$$\left.\begin{array}{l}\text{B quad. in A bis}\\ -\text{B in A quad.}\\ -\text{B in A quad. 2.}\\ +\text{A cubo}\end{array}\right\}\text{ æquabitur }\left\{\begin{array}{l}\text{B quad. in A 2.}\\ -\text{D plano in A}\\ -\text{D plano in B.}\\ +\text{B cubo bis}\end{array}\right.$$

Et ordinatâ æqualitate $-\left.\begin{array}{l}\text{A cubus}\\ \text{B in A quad. ter}\\ +\text{D plano in A}\end{array}\right\}\text{ æquabitur }\left\{\begin{array}{l}\text{D plano in B}\\ -\text{B cubo bis.}\end{array}\right.$

Quod quidem ita se habet.

1 C — 30 Q. + 236 N. *æquetur* 360.

Igitur 20 N. — 1 Q. *æquatur* 36. *& fit* 1 N. 2, *vel* 18.

Iisdem positis, ipsa A fit quoque B, siue B triplum quadratum præstet, siue cedat B plano.

Quoniam enim proponitur $-\left.\begin{array}{l}\text{A cubus}\\ \text{B in A quad. 3.}\\ +\text{D plano in A}\end{array}\right\}\text{ æquari }\left\{\begin{array}{l}\text{D plano in B}\\ -\text{B cubo bis.}\end{array}\right.$

Q

Ipsa autem A fit quoque B, igitur

$$\left.\begin{array}{l}\text{B cubus}\\ -\text{B cubo ter}\\ +\text{D plano in B}\end{array}\right\}\text{ æquabitur }\left\{\begin{array}{l}\text{D plano in B.}\\ -\text{B cubo bis.}\end{array}\right.$$

Quod quidem ita se habet.

1 C. — 30 Q. + 236 N. *æquatur* 360. *& ostensa est* 1 N. 2. *vel* 18. *eadem quoque est* 10.

1 C. — 30 Q. + 264 N. *æquatur* 640. *fit* 1 N. 4. *vel* 16.

Nam 20 N. — 1 Q. *æquatur* 64. *& fit* 1 N. 4. *vel* 16.

PROPOSITIO IIII.

Si $\left.\begin{array}{l}\text{B in A quad. ter}\\ +\text{D plano in A}\\ -\text{A cubo}\end{array}\right\}$ æquetur $\left\{\begin{array}{l}\text{B cubo 2.}\\ +\text{D plano in B.}\end{array}\right.$

$$\left.\begin{array}{l}\text{A quad.}\\ -\text{B in A bis}\end{array}\right\}\text{ æquatur }\left\{\begin{array}{l}\text{B quad. bis}\\ +\text{D plano.}\end{array}\right.$$

Quoniam enim $\left.\begin{array}{l}\text{A quad.}\\ -\text{B in A bis}\end{array}\right\}$ æquatur $\left\{\begin{array}{l}\text{B quad. bis}\\ +\text{D plano.}\end{array}\right.$

Ductis omnibus in B — A

$$\left.\begin{array}{l}\text{B in A quad.}\\ -\text{B quad. in A bis}\\ -\text{A cubo}\\ +\text{B in A quad. 2.}\end{array}\right\}\text{ æquabitur }\left\{\begin{array}{l}\text{B cubo bis}\\ +\text{B in D planum}\\ -\text{B quad. in A 2.}\\ -\text{D plano in A.}\end{array}\right.$$

Et æqualitate ordinatâ

$$\left.\begin{array}{l}\text{B in A quad. ter}\\ +\text{D plano in A}\\ -\text{A cubo.}\end{array}\right\}\text{ æquabitur }\left\{\begin{array}{l}\text{B cubo bis}\\ +\text{D plano in B.}\end{array}\right.$$

Quod quidem ita se habet.

30 Q. + 24 N. — 1 C. *æquatur* 2,240.

Igitur 1 Q. — 20 N. *æquatur* 224. *& fit* 1 N. 28.

Iisdem expositis fit A quoque B.

Quoniam enim proponitur $\left.\begin{array}{l}\text{B in A quad. ter}\\ +\text{D plano in A}\\ -\text{A cubo}\end{array}\right\}$ æquari $\left\{\begin{array}{l}\text{B cubo bis.}\\ +\text{D plano in B.}\end{array}\right.$

Ipsa autem A fit quoque B. igitur

$$\left.\begin{array}{l}\text{B cubus ter}\\ +\text{D plano in B}\\ -\text{B cubo}\end{array}\right\}\text{ æquabitur }\left\{\begin{array}{l}\text{B cubo bis}\\ +\text{D plano in B.}\end{array}\right.$$

Quod quidem ita se habet.

30 Q. + 24 N. — 1 C. *æquatur* 2,240. *fit* 1 N. 10.

PROPOSITIO V.

Si $\left.\begin{array}{l}\text{B in A quad 3}\\ -\text{D plano in A}\\ -\text{A cubo.}\end{array}\right\}$ æquetur $\left\{\begin{array}{l}\text{B cubo bis.}\\ -\text{D plano in B.}\end{array}\right.$

A quad. — B in A bis } æquabitur { B quad. bis. — D plano.

Quoniam enim A quad. — B in A bis } æquabitur { B quad. bis — D plano.

Ductis omnibus in B — A

B in A quad. — B quad. in A bis — A cubo. + B in A quad. bis } æquabitur { B cubo bis — D plano in B. — B quad. in A bis + D plano in A.

Et æqualitate ordinata B in A quad. ter — D plano in A — A cubo } æquabitur { B cubo bis — D plano in B.

Quod quidem ita se habet.

30 Q. — 156 N. — 1 C. *æquatur* 440

Igitur 1 Q — 20 N. *æquabitur* 44. *&* *fit* 1 N. 22.

Iisdem positis, fit A quoque B.

Quoniam enim proponitur B in A quad. ter — D plano in A — A cubo } æquari { B cubo bis — D plano in B

Ipsa autem A fit quoque B, igitur

B cubus 3. — D plano in B — B cubo } æquabitur B cubo bis — D plano in B.

Quod quidem ita se habet.

30 Q. — 156 N. — 1 C. *æquatur* 440. *fit* 1 N. 10.

PROPOSITIO VI.

Ad Quadrato-quadraticam pertinens.

Si A quadrato-quadratum. — X in A cubum bis + X cubo in A 4. } æquetur X quadrato-quadrato 2.

X quadratum in A quad. 2. — A quad. quad. } æquetur { X quadrato-quad. 4. — X cubo in L. X quad. 3.

Ergo $\dfrac{\text{X quad. quad. 4.} + \text{A quad. quad.} - \text{X quad. in A quad. 2.}}{\text{X cub. 2.}}$ } æquabitur L. X quad. 3.

Et omnibus quadratis, & per X cubo-cubum 4 ductis, adhibitaque congruenter Metathesi,

X cubo-cubus in A quad 16. + X quad. in A cubo-cubum 4. — A quad. quad. quad. quad. — X quad. quad. in A quad. quad. 12 } æquab. X quad. quad. quad. quad. 4.

Quod quidem ita se habet. enimuero secundum primam æquationem,

X cubus in A 4.
—X in A cubum 2 } æquatur { X quad.quad. 2
—A quad.quad

Cuius æqualitatis parte vtrauis quadratâ, omnibuſque ritè ordinatis, in eam ipſam æqualitatem inciditur quadrato-cubicam, quæ expoſita eſt.

Itaque A quad. fit X quadratum plus minúſve latere Binomiæ residuæ ſeu negatæ, L. X quad. quad. 12 — X quad. 3.

Sit X 1. A 1 N. 1 QQ. — 2 C. + 4 N. *æquatur* 2.

Igitur 2 Q — 1 QQ. *æquabitur* 4 — *l* 12.

& 1 Q. *fit* 1. *plus minuſue latere binominæ negatæ. l* 12. — 3.

Singularium Aliquot Conſtitutionum, ad Æqualitates multipliciter adfectas pertinentium, Collectio.

CAP. XI.

PROPOSITIO I.

Si A quad. + B in A } æquetur B quadrato.

Eſt B dupla longitudo, ſecta in tria proportionalia ſegmenta, quorum primum idemque maius, eſt B, ſecundum A. quo in opere, dicitur B ſecari media & extrema ratione ſemel ſumpta.

PROPOSITIO II.

Si A cubus
+ B in A quad.
+ B quad. in A } æquetur B cubo.

Eſt B dupla longitudo, ſecta in quatuor continuè proportionalis ſegmenta, quorum primum idemque maius, eſt B, ſecundum A. quo in opere, dicitur B ſecari media & extrema ratione duplicata.

PROPOSITIO III.

Si A quad. quad.
+ B in A cub
+ B quad. in A quad.
+ B cubo in A. } æquetur B quad. quadrato.

Eſt B dupla longitudo, ſecta in quinque continuè proportionalia ſegmenta, quorum primum idemque maius, eſt B, ſecundum A. quo in opere, dicitur B ſecari media & extrema ratione triplicata.

PROPOSITIO IIII.

Si A quadrato-cubus
−+ B in A quad.quad.
−+ B quad. in A cubum
−+ B cubo in A quad.
−+ B quad. quad. in A.
} æquetur B quadrato-cubo.

Est B dupla longitudo, secta in sex continuè opproportionalia segmenta, quorum primum idemque maius est B, secundum A. quo in opere, dicitur B secari media & extrema ratione quadruplicatâ.

PROPOSITIO V.

Si A cubo-cubus
−+ B in A quadrato-cubum
−+ B in A quad.quad.
−+ B cubo in A cubum
−+ B quad.quad. in A quad.
−+ B quadrato-cubo in A.
} æquetur B cubo-cubo.

Est B dupla longitudo, secta in septem continuè proportionalia segmenta, quorum primum idemque maius, est B, secundum A. quo in opere, dicitur B secari media & extrema ratione quintuplicata.

Earundem Collectio Altera.

CAP. XII.

PROPOSITIO I.

Si A quad.
−+ B in A
} æquetur B in Z.

Est B prima minor inter extremas in serie trium porportionalium, aggregatum vero reliquarum duarum est Z, & fit A secunda.

PROPOSITIO II.

Si A cubus
−+ B in A quad.
−+ B quad. in A
} æquetur B quad. in Z.

Est B prima in serie quatuor continuè proportionalium, aggregatum verò reliquarum trium Z, & fit A secunda.

PROPOSITIO III.

Si A quad quad.
-+B in A cubum
-+B quad.in A quad.
-+B cubo in A.
} æquetur B cubo in Z.

Est B prima in serie quinque continuè proportionalium, aggregatum vero reliquarum quatuor est Z, & fit A secunda.

PROPOSITIO IIII.

Si A quadrato cubus.
-+B in A quad.quad.
-+B quad.in A cub.
-+B cubo in A quad.
-+B quad.quad.in A
} æquetur B quad, quad. in Z.

Est B prima in serie sex continuè proportionalium, aggregatum vero reliquarum quinque est Z, & fit A secunda.

PROPOSITIO V.

Si A cubo-cubus.
-+B in A quadrato-cubum.
-+B quad.in A quad.quad.
-+B cubo in A cubum.
-+B quad.quad.in A quad.
-+B quadrato-cubo in A.
} æquetur B quadrato-cubo in Z.

Est B prima in serie septem continuè proportionalium, aggregatum vero reliquarum sex est Z, & fit A secunda.

Earundem Collectio Tertia.

CAP. XIII.

PROPOSITIO I.

Si B in A —A quad. } æquetur B in Z.

Est B prima maior inter extremas in serie trium proportionalium, differentia vero duarum reliquarum est Z. & fit A secunda. potest autem esse duplex, nam est etiam differentia inter primam & secundam.

Sed si A quad. —B in A } æquetur B in Z. est B prima minor inter extremas

differentia vero duarum reliquarum est z, & fit A similiter secunda.

Sunto proportionales 4. 6. 9.

9 N. — 1 Q. *æquatur* 18. *fit* 1 N. 6. *atque etiam* 3.

Sed si 1 Q — 4 N. *æquetur* 12. *fit* 1 N 6.

PROPOSITIO II.

Si A cubus
— B in A quad.
+ B quad. in A } æquetur B quad. in z.

Est B prima in serie quatuor continuè proportionalium, differentia vero trium reliquarum alternè sumptarum, est z. & fit A secunda.

Sunto proportionales continuè 1. 2. 4. 8.

1 C. — 8 Q. + 64 N. *æquatur* 192. *fit* 1 N. 4.

Vel 1 C — 1 Q + 1 N. *æquatur* 6. *fit* 1 N. 2.

PROPOSITIO. III.

Si B cubus in A
— B quad. in A quad.
+ B in A cubum
— A quad. quad. } æquetur B cubo in z.

Est B prima maior in serie quinque continuè proportionalium, differentia vero quatuor reliquarum alternè sumptarum est z, & fit A secunda maior inter medias: potest autem esse duplex.

Sed si A quad. quad.
— B in A cub.
+ B quad in A quad.
— B cubo in A. } æquetur B cubo in z.

Est B prima minor inter extremas, differentia vero quatuor reliquarum sumptarum alternè est Z, & fit A secunda minor inter medias.

Sunto proportionales continuè 1. 2. 4. 8. 16.

4,096 N. — 256 Q. + 16 C — 1 Q Q. *æquatur* 20,480. *fit* 1 N. 8.

Vel 1 Q Q. — 1 C + 1 Q — 1 N *æquatur* 10. *fit* 1 N. 2.

PROPOSITIO IIII.

Si A quadrato-cubus
— B in A quad. quad.
+ B quad. in A cubum
— B cubo in A quad.
+ B quad. quad. in A } æquetur B quad. quad. in z.

Eſt B prima maior in ſerie ſex continuè proportionalium, differentia vero quinque reliquarum alternè ſumptarum eſt z. & fit A ſecunda.

Sunto proportionales continuè 1. 2. 4. 8. 16. 32.

1 QC. — 32 QQ. + 1,024 C. — 32,768 Q. + 1,048,576 N. *æquatur* 11,534,336. *fit* 1 N. 16.

Vel 1 QC. — 1 QQ. + 1 C. — 1 Q. + 1 N. *æquatur* 22. *& fit* 1 N. 2.

Et hæc ſingula ſuam habent ex Zeteſi demonſtrationem: at quæ iam ſequitur collectio, ſua Analytico examini ſubijcienda libere relinquit Theoremata. pertinet autem ad æqualitates de multiplicibus Radicibus mirè explicabiles.

Collectio Quarta.

CAP. XIIII.

PROPOSITIO I.

Si B + D in A — A quad. } æquetur B in D.

A explicabilis eſt de qualibet illarum duarum B vel D.

3 N. — 1 Q. *æquetur* 2. *fit* 1 N. 1. *vel* 2.

PROPOSTIO. II.

Si A cubus
— { B, D, G } in A quad.
+ { B in D, B in G, D in G } in A.
} æquetur B in D in G.

A explicabilis eſt de qualibet illarum trium B, D, vel G.

1 C. — 6 Q. + 11 N. *æquatur* 6.

Fit 1 N. 1. 2. *vel* 3.

PROPOSITIO. III.

Si { B in D in G
+ B in D in H
+ B in G in H
+ D in G in H } in A

B in D

— { B in D, B in G, B in H, D in G, D in H, G in H } in A quad.
\+ { B, D, G, H } in A cubum.
} æquetur B in D in G in H.

A explicabilis est de qualibet illarum quatuor. B, D, G, H.

50 N. — 35 Q. + 16 C. — 1 QQ. *æquatur* 24.
fit 1 N. 1. 2. 3. *vel* 4.

PROPOSITIO IIII.

Si A quadrato-cubus.
— { B, D, G, H, K } in A quad. quad.
\+ { B in D, B in G, B in H, B in K, D in G, D in H, D in K, G in H, G in K, H in K } in A cubum.
— { B in D in G, B in D in H, B in D in K, B in G in H, B in G in K, B in H in K, D in G in H, D in G in K, D in H in K, G in H in K } in A quad.
\+ { B in D in G in H, B in D in G in K, B in D in H in K, B in G in H in K, D in G in H in K } in A
} æquetur B in D in G in H in K.

A explicabilis est de qualibet illarum quinque B, D, G, H, K.

1 Q c. — 15 Q Q. + 85 c. — 225 Q. + 274 N. *æquatur* 120.

Fit 1 N. 1. 2. 3. 4. *vel* 5.

Atque hæc elegans & perpulchræ speculationis Sylloge, tractatui alioquin effuso, finem aliquem & Coronida tandem imponito.

FINIS.



APPENDIX,

AB ALEXANDRO ANDERSONO

OPERI SVBNEXA.

QVANDOQVIDEM Theoremate tertio Capitis sexti, Tractatus prioris de Æquationum Recognitione, Cubicarum æquationum inuersarum, in quibus homogenea adfectionis est sub latere, constitutionem, elegantius & (suo more) acutius, in peculiarem Zeteticorum ad Angulares sectiones pertinentium, siluulam, reiecit Autor noster: quæ quidem an inter alia eius scripta hic vspiam lateat, an adhuc

Trans Indos Eurumque virens, mortalibus oras
Occupet ignotas.

Nobis nondum constitit; placuit (suadente subtilissimi iudicij viro & mihi amicissimo Renato Bouclier Iurisconsulto, tum Mathematico peritissimo.) hoc admetiri ἐπίμετρον, ex ijs quæ a me ad hanc rem demonstrata sunt. quamuis male feriati quidam homines, infrugi & insulsi, plagij me insimulare velint, quasi Vietæ Theoremata, & demonstrationes, pro meis venditassem: quum nihil in hoc genere præter nuda & demonstrationibus orba Theoremata, libro octauo variorum, & in Responso ad Problema Adriani Romani à Vieta editis, mihi visum sit. quin & omnium illarum

circulationum, & progressionum rectarum Circuli circumferentijs in ratione Arithmetica subtensarum, vt firmissima ita & præclarissima fundamenta, Theorematis 4. 5. & 7. mei Tractatus ad Sectiones Angulares, demonstrata, ex quibus Theorematum à Vieta propositorum constat veritas, a me excogitata & primum edita sunt. Loquantur qui Vietâ familiariter vsi sunt, (qui magno meo dispendio mihi nunquam notus.) quibusque aduersariis suis inscripta schediasmata, communicare solitus. Sed talpas istos loquaces non moror, qui in re non adeo iam obscurâ, (nisi Bæoticis fortassis istiusmodi ingenijs.) prorsus cæcutientes, susceptos a me ad publica promouenda studia labores, (ne mihi fortassis cedere videantur) alij adscribere malunt, quam a me profectos probando, ad meliora incitare. at viderint isti Bembices quantum a proposito sibi aberrarint scopo, dum meas lucubrationes, summo, & nunquam satis laudando viro Francisco Vietæ attribuunt, quam inde ampla & opima referam spolia:

Dum culpare volunt, stulti, in contraria currunt.

Sed sic nō vincitis: imbellis animi est ex alieni nominis iniuriâ sibi laudes quærere; quin potius quū alat æmulatio ingenia, & nunc inuidia nunc admiratio incitationem accendat, agite mecum viri vmbratiles, & si quod inde mihi laudis accedit, id vobis detractum putatis, vestris (si quid luce dignum potestis) laboribus, id damni resarcire conemini.

ἐν δὲ πείρᾳ, τέλος διαφαίνεται ὧν τις ἐξοχώτερος γένηται

THEOREMA SYSTATICVM

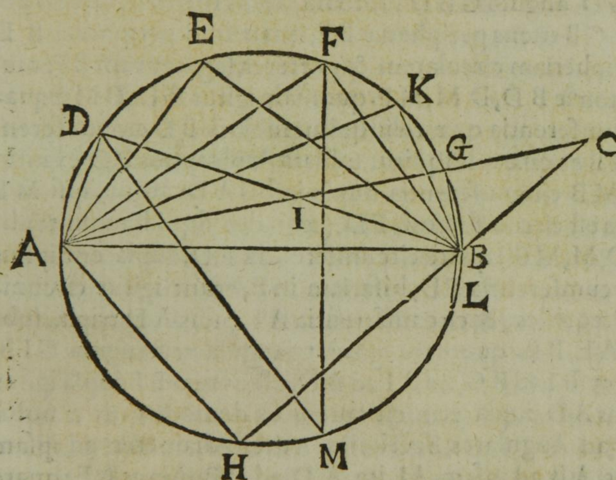
Æqualitatum quarundam Cubicarum adfectarum, in quibus Potestati homogenea est sub latere.

SI fuerint duo Triangula rectangula æqualis Hypotenusæ, & angulus acutus subtensus à Perpendiculo primi, sit triplus ad angulum acutum subtensum à Perpendiculo secundi; Cubus ex dupla Base secundi, minus solido sub triplo quadrato Hypotenusæ in eandem Basin du-

plam ſecundi, æquabitur ſolido ſub quadrato Hypotenuſæ, in duplam Baſin primi.

Rurſus: ſolidum ſub quadrato triplo Hypotenuſæ, in Baſin ſimplam ſecundi, cõtractam protractámve longitudine eius rectæ, quæ poteſt quadrato triplum Perpendiculi eiuſdem, minus eiuſdem Baſis ita contractæ protractæve cubo, æquabitur eidem ſolido ſub quadrato Hypotenúſæ communis, in Baſin duplam primi.

SIt circulus cuius diameter A B, eique inſcribantur vt cunque duo triangula rectangula A F B, A G B, quorum communis hypotenuſa erit ipſa diameter: & ſit angulus F A B, triplus anguli G A B. primi igitur trianguli baſis ſit F A, Perpendiculum F B, (vt in Analyticis conſtitutum eſt.) ſecundi, baſis G A, perpendiculum G B. dico primo; Cubum ex dupla ipſius G A, minus ſolido ſub triplo quadrato ipſius B A, in duplam ipſius G A, æquari ſolido ſub quadrato B A, in duplam ipſius F A. quoniam enim peripheria F B, tripla eſt ipſius G B peripheriæ. Si ſecetur peripheria G F biſariam in K, erunt ſegmenta B G, G K, K F æqualia ducatur iam recta A K. erit igitur ex demonſtratis à nobis Theoremate 5. ad Sectiones Angulares, vt ſemidiameter ad rectam A G, ita recta A G ad compoſitam ex A B, A K: ac proinde vt diameter A B ad duplam ipſius A G, ita A G dupla, ad duplam compoſitam ex A B, A K; igitur A G quadratum quater, æquabitur aggregato quadrati dupli à diametro, & rectanguli ſub diametro A B A K bis.



Iterum: eſt vt A B ad A G bis, ita A K bis, ad duplam compoſitam ex A G, A F, ac proinde aggregatum rectangulorum A B in A G bis, A B in A F bis, æquabitur rectangulo quater ſub A G, A K. & adhibita in priori æqualitate congrua Antitheſi, A G quadratum quater, minus A B quadrato bis, æquabitur A B in A K bis. quare adſumpta communi altitudine A K bis, erit A G quadratum quater, minus A B quadrato bis, ad rectangulum quater ſub A G,

A K. id est ad rectangulum sub A G bis in A K bis, vel ex secundæ æqualitatis Analogismo, ad aggregatum rectangulorum A B in A G bis A B in A F bis, vt A B ad A G 2. est autem & A B quadratum ad A B in A G bis, vt A B ad A G bis: ergo si a similibus similia auferantur, nempe ab A G quadrato quater minus A B quadrato bis, ablato A B quadrato, & ab aggregato A B in A G bis, A B in A F bis, ablato A B in A G bis, relinquentur, illic quidem A G quadratum quater minus A B quadrato ter, hic vero A B in A F bis, quæ inter se erunt vt A B ad A G bis: quare A G cubus octies, siue cubus duplæ ipsius A G minus A B quadrato ter in A G bis, æquabitur A B quadrato in A F bis: quod erat primo loco demonstrandum.

Secundo: à puncto B educatur recta B I, sitque segmentum B I inter B punctum, & rectam A G interceptum, æquale ipsius B G duplæ: occurrat autem ipsa B I producta circumferentiæ circuli in D puncto, & ducatur recta A D, quoniam igitur in triangulo rectangulo G B I, latus B I recto subtensum angulo, duplum est lateris B G, erit angulus G B I duarum tertiarum vnius recti, siue triens duorum rectorum, & latus G I poterit triplum lateris G B, perpendiculi scilicet trianguli A G B. dico igitur solidum sub A B quadrato ter in A I, minus cubo ipsius A I, æquari solido sub A B quadrato in A F bis. est primum circumferentia G D, angulo G B D subtensa, triens totius circularis peripheriæ, est quoque & G B triens peripheriæ B F, quare tota peripheria B D ter, metietur totam peripheriam circularem, & præterea segmentum B F: metiatur, & ducantur subtensæ B D, D M, M F. quoniam igitur B D, D M æquales sunt, & est A D circumferentia quæ relinquitur sublatâ B D circumferentia ex semicirculo, & M B ea quæ relinquitur sublata dupla ipsius B D ex integro circulo, est igitur M B circumferentia dupla ipsius A D; atqui, ipsi M B circumferentiæ, æqualis est circumferentia F D, (æquales siquidem sunt subtensæ B D, D M, ipsis D M, M F.) quare circumferentia F D, dupla erit ipsius D A. secetur itaque circumferentia F D, bifariam in E, erunt igitur circumferentiæ A D, D E, E F æquales, & circumferentia A F ipsius A D tripla. subtendantur iam rectæ A E, B E. quoniam igitur triangula rectangula G I B, A D I, similia sunt, erit vt B I ad B G, ita A I ad A D, est autem B I dupla ipsius B G, igitur & A I ipsius A D dupla erit. est autem ex demonstratis à nobis Theoremate septimo ad Angulares Sectiones. vt semidiameter ad ipsam A D, id est vt diameter A B ad ipsam A I, ita A D ad A B minus B E, quare A B quadratum minus A B in B E, æquabitur A I in A D, hoc est A I quadrati semissi: & adhibita congruâ metathesi, A B quadratum minus A I quadrati semisse, æquabitur A B in B E. iterum ex iisdem est, vt A B ad A I ita B E ad A F minus A D, rectangulum igitur A B in A F minus A B in A D, æquabitur A I in B E, ergo eadem ad sumpta altitudine B E, erit vt A B ad A I, ita A B quadratum minus A I quadrati semisse, ad A I in B E, id est ex secundæ æqualitatis Analogismo, ad A B in A F minus A B in A D: & omnibus duplatis, A B quadratum bis ter minus A I quadrato erit ad A B in A F. bis minus A B in A D bis, vt A B ad A I.

Est quoque vt A B ad A I, ita A B quadratum ad A B in A I, vel A B in A D bis: quare si similibus, similia addantur, erit A B quadratum ter minus A I quadrato, ad A B in A F bis, vt A B ad A I; ac proinde A B quadratum ter in A I, minus A I cubo, æquabitur A B quadrato in A F bis: quod erat secundo loco ostendendum.

Tertio: protrahatur ipsa A G quantum satis in C, & fiat B C dupla ipsius B G, quare quum rectangulum sit triangulum B G C, & latus B C recto subtensum angulo, duplum ipsius B G lateris alterius circa rectum, poterit G C quadrato triplum lateris B G, perpendiculi scilicet trianguli A G B. dico rursus, solidum triplum sub A B quadrato in A C, minus Cubo ipsius A C, æquari solido sub A B quadrato & dupla ipsius A F. protrahatur enim C B donec iterum circumferentiam secet in H, & ducatur A H. quoniam itaque angulus A B H exterior trianguli A B C, æquatur duobus interioribus oppositis C A B, A C B, est autem A C B tertia pars vnius recti, siue semiperipheriæ, (quandoquidem in triangulo rectangulo G C B, latus C B oppositum recto, statuitur duplum lateris B G circa rectum.) & angulus B A C tertia pars est ipsius anguli B A F, seu peripheriæ B F, erit angulus A B H, siue peripheria A H tertia pars peripheriæ A H F. & quoniam triangula C H A, C G B similia sunt, erit C A ad A H, vt C B ad B G, est autem C B dupla ipsius B G, quare C A ipsius A H dupla quoque erit. secetur iam peripheria H F bifariam in L. & ducatur recta B L. erunt segmenta A H, H L, L F æqualia, igitur ex demonstrati à nobis sæpius citato Theoremate, erit vt semidiameter ad A H, id est A B ad A C, ita A H ipsius A C semissis ad B A minus B L. quare A B quadratum minus A B in B L, æquabitur rectangulo A C in A H, id est A C quadrati semissi. rursus ex eodem Theoremate, vt A B ad A C, ita B L ad A F minus A H, & rectangulum A B in A F minus A B in A H, æquale erit rectangulo A C in B L. & adhibita congrua metathesi in priore æqualitate, A B quadratum minus A C quadrati semisse æquabitur A B in B L. ergo ad sumpta communi altitudine B L, erit A B quadratum minus A C quadrati semisse, ad A C in B L, id est ex posterioris æqualitatis Analogismo, ad A B in A F minus A B in A H, vt A B ad A C. & omnibus duplatis, erit A B quadratum bis minus A C quadrato, ad A B in A F bis, minus A B in A H bis, vt A B ad A C. est quoque A B quadratum, ad A B in A C, vel A B in A H bis, vt A B ad A C, quare similibus, si addantur similia, erit A B quadratum ter minus A C quadrato, ad A B in A F bis, vt A B ad A C: solidum ergo sub A B quadrato ter in A C, minus A C cubo, æquale erit solido sub A B quadrato in A F bis: quod erat tertio & vltimo loco ostendendum.

Atque hinc constat lex ab Autore eiusmodi æqualitatum constitutioni apposita: est enim A B diameter, inscriptarum maxima.

PRIVILEGII SENTENTIA.

CAutum est Autoritate Regiâ, ne quis præter consensum & voluntatem Alexandri Andersoni, opus hoc Francisci Vietæ de Recognitione & Emendatione Æquationum, in hoc Francorum Regno, ante sexennium ab Epocha currentis anni, & diei infrascripti Imprimat, neuè alibi Impressum diuendat: idque omnibus clarum, notum, ac Indictum habeatur, ac si Regium diploma, appenso sigillo confirmatum, ipsi operi adfigatur. Secus qui faxit, librorum omnium mulctâ pœnas pendito, & dictum Andersonum Impensis quibuscunque & iacturis, indemnem reddito. Datum Parisijs, decimo septimo Iunij, Anno millesimo sex-centesimo decimo quinto. Regni vero Christianissimi Galliarum & Nauarræ Regis, Ludouici eius nominis decimi tertij, sexto.

Subsignatum Regio Consensu.

Et Secretarij Regij Autographo sic subscriptum,

LVCAS.



AD MATHESEOS STVDIOSOS.

RESTITVTAM Mathematicam Analysin, Præceptori Francisco Vietæ debetis φιλομαθεῖς, quam suis regulis & præceptis suo modo concinnatam, in varia digessit opuscula, quorum quidem nomenclaturam Isagogicis præmissam cernitis. Sed quædam siue præcepti & immaturo Autoris fato (nobis certè iniquissimo) non dum absoluta, vel perpolita, vel etiam (vt erat Authoris ingenium.) inchoata, (qui quidem pro singulari quâ pollebat animi sagacitate, multa apud se præmeditata, debitoque ordine mente digesta, sed nondum scriptis consignata, ob grauiora fortassis quæ pro Republica incumbebant munia, suis nominibus tanquam confecta insignire solebat.) vel alicubi etiamnum latentia, nostras nondum manus attigêre. Hæc autem, quorum iam vobis copia conceditur, licet exactissimam Autoris limam nondum haud dubiè passa, à tanto tamen viro etiam vel ruditer procusa, toti Mathematicorum scholæ vltissima, & vt nihil in hoc genere simile aut secundum hactenus visum, gratissima, diutius ab eruditorum hominum conspectu, in latebris delitescere, scelus publico dig-

ẽ

Pag. 85. Theor. 5. post verba, *quoniam enim* &c. *æquatur Z solido*. subiunge relicta. *et rursus B planum in D, — D cub. æquatur Z solido.*

Pag. 89. pro 1 *C* + 3 *Q. æquabitur* 130. lege 1 *C.* &c. *æquabitur* 1300.

Pag. 90. sub linea *diuidantur omnia*. restituatur fractio $\frac{8}{4}$ *N*.

Pag. 98. Theor. 2. ad probl. 2. hæc verba exemplaris, *ex applicatione quadrati aggregati laterum, minus triplo rectangulo sub lateribus, ad rectangulum sub lateribus*. ita mutauimus *ex applicatione cubi a D plano, ad differentiam quadruplam quadratorum a D & B.*

Pag. 99. lin. 15. pro *fit 1 N* 16. lege. *fit 1 N* 6.

Ibidem. Theor. 3. proximè sequenti, hæc prorsus deerant in exemplari. *& fit Z plano-planum ex applicatione cubi à D plano, ad aggregatum quadruplum quadratorum à D & B.*

Pag. 105. linea vltima, pro *G plano* 4. lege *G pl.*

Pag. 112. inter lineas *quoniam* & *igitur*. in exemplis Arithmeticis Consectarij interseratur. *&* 378 — 351 *est* 27, *cubus a latere* 3.

Pag. 121. sub linea *Ductis omnibus*. in secunda æqualitatis parte lege + *Dp in B — B cub.* 2.

Pag. 129. prop. 3. prioris æquationis partis fini adijciatur — *Aqq*.

Ibidem in notis Arithmeticis pro 16 *C*. lege 10 *C*.

De his aliisque penes lectorem iudicium esto.